

Τοπικά Ακρότατα Συνάρτησης
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής.
 Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε να αποδείξετε ότι το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 30

A2. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό της ελάχιστο.
- ii. Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x) \neq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- iii. Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ στα οποία η f δεν παραγωγίζεται ή η παράγωγος της είναι ίση με το μηδέν λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο Δ .
- iv. Μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ , μπορεί να παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και σε εσωτερικό σημείο του Δ , στο οποίο η f δεν είναι παραγωγίσιμη.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

B1. Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

Έστω συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ . Τα εσωτερικά σημεία του Δ , στα οποία η f' είναι διαφορετική από το μηδέν, δεν είναι θέσεις τοπικών ακροτάτων της f .

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

.....

Μονάδες 5

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

Μονάδες 20

B2. Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

Κάθε κρίσιμο σημείο μιας συνάρτησης f σε ένα διάστημα Δ είναι θέση τοπικού ακροτάτου της f .

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

.....

Μονάδες 5

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

Μονάδες 20

Σας εύχομαι επιτυχία!

“Ο μαθηματικός δε διδάσκεται τα καθαρά μαθηματικά γιατί είναι χρήσιμα. Τα διδάσκεται γιατί τον ευχαριστούν. Και τον ευχαριστούν γιατί είναι όμορφα.”

Ανρί Πουανκαρέ, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.