

**Κυρτότητα**  
**Σημεία Καμψής Συνάρτησης**  
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

Όνοματεπώνυμο: .....

Βαθμός: .....

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω μία συνάρτηση  $f$ , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα  $\Delta$  και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του. Πότε λέμε ότι η  $f$  στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω ή είναι κοίλη στο  $\Delta$ ;

.....  
 .....

Μονάδες 15

**A2.** Έστω μία συνάρτηση  $f$  παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $(\alpha, \beta)$ , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του  $x_0$ . Πότε το σημείο  $A(x_0, f(x_0))$  ονομάζεται σημείο καμψής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ ;

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Μονάδες 20

**A3.** Ποιες είναι οι πιθανές θέσεις σημείων καμψής μιας συνάρτησης  $f$  σ' ένα διάστημα  $\Delta$ ;

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Μονάδες 20

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης  $f$  σε κάθε σημείο καμπής "διαπερνά" την  $C_f$ .
- ii. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι κοίλη σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε η εφαπτομένη της  $C_f$  σε κάθε σημείο του  $\Delta$  βρίσκεται κάτω από την  $C_f$  με εξαίρεση το σημείο επαφής.
- iii. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και ισχύει  $f''(x) \neq 0$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε η  $f$  δεν παρουσιάζει καμπή στο  $\mathbb{R}$ .

Μονάδες 15

**B2.** Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

*Για κάθε συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή στο  $\mathbb{R}$ , ισχύει  $f''(x) > 0$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .*

- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

.....

Μονάδες 5

- β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Μονάδες 25

*Σας εύχομαι επιτυχία!*

*"Καμία ανθρώπινη δραστηριότητα δεν μπορεί να ονομαστεί επιστήμη αν δεν μπορεί να στηριχτεί στα Μαθηματικά".*

Da Vinci, Leonardo, 1452 – 1519, Ιταλός ζωγράφος.