

# Επαναληπτικές Ασκήσεις

## 16ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

*Αγαπητά μου παιδιά, οι παρακάτω ασκήσεις έχουν ως στόχο να αποτελέσουν μια αφορμή για επανάληψη των εννοιών 3.1 έως και 5.8 που έχετε διαδαχθεί μέχρι σήμερα.*

*Κάποιες από τις παρακάτω ασκήσεις είναι θέματα-ερωτήματα από την "Τράπεζα Θεμάτων" του ΙΕΠ.*

*Να προσπαθήσετε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τις σημειώσεις των τετραδίων σας. Καλή δύναμη!*

### Ερωτήσεις Σωστού-Λάθους

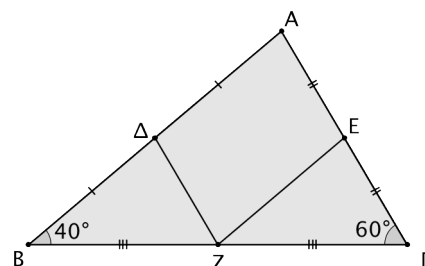
Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (α) Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.
- (β) Οι διαγώνιοι του ορθογώνιου τέμνονται κάθετα.
- (γ) Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα.
- (δ) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι μεταξύ τους ίσα.
- (ε) Ο φορέας της κοινής χορδής δύο τεμνόμενων και άνισων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.
- (ς) Αν οι διαγώνιοι ενός ρόμβου είναι ίσες, τότε ο ρόμβος είναι τετράγωνο.
- (ζ) Δύο κύκλοι  $(K, \rho_1)$  και  $(\Lambda, \rho_2)$  εφάπτονται εσωτερικά αν  $K\Lambda = \rho_1 + \rho_2$ .
- (η) Αν ένα παραλληλόγραμμο έχει ίσες διαγωνίους τότε είναι ορθογώνιο.
- (θ) Το άθροισμα των γωνιών ενός  $\nu$ -γώνου είναι  $(2\nu + 4)$  ορθές.
- (ι) Κάθε τετράπλευρο που οι διαγωνιοί του διχοτομούνται είναι παραλληλόγραμμο.
- (ια) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα.
- (ιβ) Το σημείο τομής των μεσοκαθέτων ενός τριγώνου ονομάζεται περίκεντρο.
- (ιγ) Ένα ισοσκελές τρίγωνο με μία του γωνία  $60^\circ$  είναι ισόπλευρο.
- (ιδ) Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 4 ορθές.
- (ιε) Η διάμεσος ΒΜ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με  $AB = AG$  είναι και ύψος.
- (ις) Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία είναι πάντα ίσα.

- (ιζ) Δύο γωνίες που οι πλευρές τους είναι παράλληλες μία προς μία είναι πάντα ίσες.
- (ιη) Κάθε πλευρά τριγώνου είναι διπλάσια από το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο άλλων πλευρών.
- (ιθ) Αν  $\Theta$  είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου  $AB\Gamma$  και  $E$  το μέσο της πλευράς  $A\Gamma$ , τότε  $B\Theta = 2\Theta E$ .
- (κ) Αν  $H$  είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου  $AB\Gamma$ , τότε το  $\Gamma$  είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου  $AHB$ .

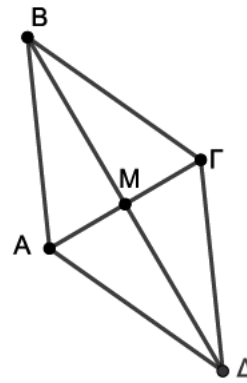
### Ασκήσεις

- Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB = 2A\Delta$  και  $\widehat{A} = 2\widehat{\Delta}$ .
  - Να υπολογιστούν οι γωνίες του παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$ .
  - Αν η διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{\Delta}$  τέμνει την  $AB$  στο σημείο  $E$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $A\Delta E$  είναι ισοσκελές.
  - Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\widehat{\Delta E\Gamma}$  είναι ορθή.
- Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ .  
Φέρνουμε το ύψος του  $A\Delta$  και το προεκτείνουμε προς το μέρος του  $\Delta$  κατά τμήμα  $\Delta E = A\Delta$ .
  - Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $ABE$  είναι ισοσκελές.
  - Αν  $M$  είναι το μέσο του  $BE$ , να αποδείξετε ότι  $M\Delta = \frac{AB}{2}$ .
  - Αν  $\Lambda$  είναι το μέσο του  $AB$ , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $\Lambda\Delta MB$  είναι ρόμβος.
- Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  και  $E$  το μέσο της  $B\Gamma$ .  
Έστω ότι η προέκταση της  $\Delta E$  τέμνει την προέκταση της  $AB$  στο σημείο  $Z$ .
  - Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $\Delta E\Gamma$  και  $BEZ$  είναι ίσα.
  - Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $\Delta BZ\Gamma$  είναι παραλληλόγραμμο.
  - Να αποδείξετε ότι  $AZ = 2\Delta\Gamma$ .
- Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\widehat{B} = 40^\circ$  και  $\widehat{\Gamma} = 60^\circ$ .  
Επίσης, τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$  και  $Z$  είναι τα μέσα των πλευρών  $AB$ ,  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα.
  - Να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{A}$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
  - Να αποδείξετε ότι  $\Delta Z \parallel A\Gamma$  και  $ZE \parallel AB$ .
  - Να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{\Delta Z E}$ .
  - Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $B\Delta Z$ .



5. Στο παρακάτω σχήμα το Μ είναι μέσο των τμημάτων ΑΓ και ΒΔ. Επίσης,  $\widehat{AMB} = \widehat{ΓMB}$ .

πόσα μέτρα φράχτη θα χρειαστούμε για τις υπόλοιπες πλευρές;

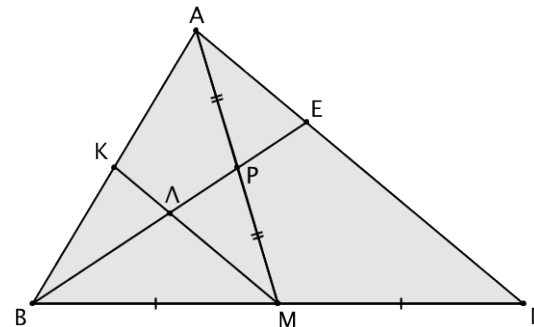


- (α) Να αποδείξετε ότι:
  - i. Οι ΑΓ και ΒΔ είναι κάθετες,
  - ii. το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.
- (β) Το ΑΒΓΔ είναι η κάτοψη ενός κήπου. Για να περιφράξουμε τον κήπο χρειάζομαστε 30 μέτρα φράχτη. Αν αφήσουμε την πλευρά ΑΒ του κήπου χωρίς φράχτη,

6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με  $AB < AG$  προεκτείνουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήματα ΔΕ = ΑΔ και ΜΝ = ΑΜ. Να αποδείξετε ότι:

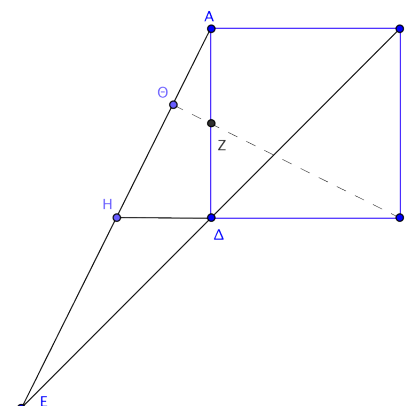
- (α)  $\Delta M \parallel EN$ ,
- (β) το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές,
- (γ) το ΑΒΝΓ είναι παραλληλόγραμμο,
- (δ)  $BE = NG$ .

7. Στο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΜ είναι διάμεσος, το σημείο Ρ είναι το μέσο της ΑΜ και  $MK \parallel AG$ . Να αποδείξετε ότι:



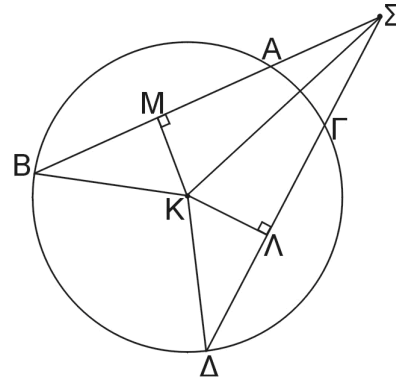
- (α) τα τρίγωνα ΑΕΡ και ΜΛΡ είναι ίσα
- (β) το ΑΕΜΛ είναι παραλληλόγραμμο,
- (γ) Το Λ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΑΒΜ.

8. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε την ΒΔ κατά τμήμα ΔΕ = ΒΔ και έστω Η το σημείο τομής της ΓΔ με την ΑΕ. Αν Ζ είναι το μέσο της ΑΔ και οι ΓΖ και ΑΕ τέμνονται στο Θ, να αποδείξετε ότι:



- (α)  $\Delta H = \frac{AB}{2}$ ,
- (β) τα τρίγωνα ΑΔΗ και ΓΔΖ είναι ίσα,
- (γ)  $\Gamma\Theta \perp AE$ .

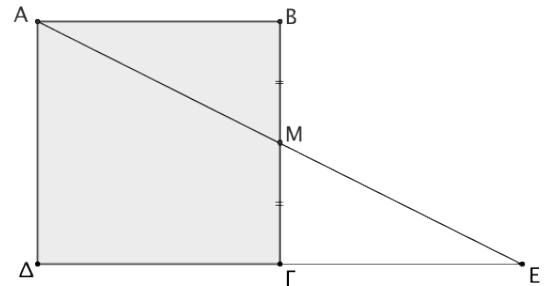
9. Δίνεται κύκλος κέντρου  $K$  και ένα σημείο  $\Sigma$  στο εξωτερικό του. Από το  $\Sigma$  φέρνουμε δύο τέμνουσες  $\Sigma AB$  και  $\Sigma \Gamma \Delta$  τέτοιες ώστε  $\Sigma B = \Sigma \Delta$ . Αν  $KM \perp \Sigma B$  και  $K\Lambda \perp \Sigma \Delta$  να αποδείξετε ότι:



- (α) τα τρίγωνα  $\Sigma KB$  και  $\Sigma K \Delta$  είναι ίσα και  $\Sigma K$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{\Sigma}$ .  
 (β)  $KM = K\Lambda$  και  $\Sigma A = \Sigma \Gamma$ .
10. Από σημείο  $\Delta$  της βάσης  $B\Gamma$  ισοσκελούς τριγώνου  $AB\Gamma$  φέρνουμε παράλληλες ευθείες προς τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$ . Αν  $E$  και  $Z$  είναι τα σημεία στα οποία οι παράλληλες τέμνουν τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- (α) το  $AZ\Delta E$  είναι παραλληλόγραμμο,  
 (β) η περίμετρος του παραλληλογράμμου  $AZ\Delta E$  ισούται με το άθροισμα των ίσων πλευρών του ισοσκελούς τριγώνου.

11. Δίνεται τετράγωνο  $AB\Gamma \Delta$  και  $M$  το μέσο της πλευράς  $B\Gamma$ . Η  $AM$  τέμνει την προέκταση της  $\Delta\Gamma$  στο σημείο  $E$ . Να αποδείξετε ότι:



- (α)  $\Gamma \Delta = \Gamma E$ ,  
 (β) το τρίγωνο  $\Delta BE$  είναι ορθογώνιο,  
 (γ)  $B\Delta = BE$ .

### Καλό Πάσχα!

*Εύχομαι το Άγιο Φως της Ανάστασης να φωτίσει τις ζωές σας και να σας χαρίσει υγεία, χαρά και ευτυχία!*