

Γεωμετρία Α' Λυκείου

Κριτήρια Ισότητας Τριγώνων

Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

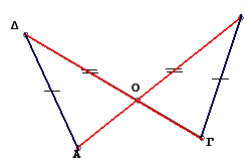
8 Δεκεμβρίου 2012

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και έστω M το μέσο της $A\Gamma$.
Στην προέκταση της BM , παίρνουμε σημείο Z τέτοιο, ώστε $ZM = MB$.
Να αποδείξετε ότι $AZ = B\Gamma$.
(Σημείωση: Γενικά, όταν θα λέμε ότι προεκτείνουμε το τμήμα AB , θα εννοούμε προς το μέρος του B , ενώ το BA προς το μέρος του A).
2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ τέτοιο, ώστε $A\Gamma = 2AB$.
Αν $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ και E μέσο της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι:
(α) $AB = AE$,
(β) $\Delta B = \Delta E$,
(γ) το $A\Delta$ είναι κάθετο στο BE .
3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.
Προεκτείνουμε τις πλευρές AB και $A\Gamma$ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE , αντίστοιχα.
Να αποδείξετε ότι $M\Delta = ME$.
4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.
Στις προεκτάσεις των πλευρών BA και ΓA παίρνουμε σημεία Δ και E αντίστοιχα, τέτοια, ώστε $A\Delta = AE$. Αν Z είναι τυχαίο σημείο της AM , να αποδείξετε ότι η AZ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{EZ\Delta}$.
5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το $A\Delta$ ύψος του.
Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών AB και $A\Gamma$ παίρνουμε σημεία E και Z αντίστοιχα, τέτοια, ώστε $BE = \Gamma Z$.
Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $E\Delta Z$ είναι ισοσκελές.
6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$. Από την κορυφή B φέρνουμε BZ κάθετη προς την $A\Delta$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .
Να αποδείξετε ότι η $A\Delta$ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{B\Delta E}$.
7. Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και M το μέσο της $B\Gamma$.
Προεκτείνουμε την AM κατά $M\Delta$ έτσι, ώστε $M\Delta = AM$.
Να αποδείξετε ότι:
(α) τα τρίγωνα $MB\Delta$ και $AM\Gamma$ είναι ίσα,
(β) τα τρίγωνα $M\Delta\Gamma$ και ABM είναι ίσα,

(γ') τα ευθύγραμμα τμήματα $B\Delta$ και $\Delta\Gamma$ είναι κάθετα.

8. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ το ύψος του. Προεκτείνουμε το $A\Delta$ κατά τμήμα ΔE ίσο με $A\Delta$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $BE\Gamma$ είναι ίσα.

9. Αν στο διπλανό σχήμα είναι $AB = \Delta\Gamma$ και $A\Delta = B\Gamma$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AO\Delta$ και $BO\Gamma$ είναι ίσα.



10. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην προέκταση της ΓB παίρνουμε σημείο Δ τέτοιο, ώστε $B\Delta = AB$ και στην πρόεκταση της $B\Gamma$ σημείο E τέτοιο, ώστε $\Gamma E = A\Gamma$. Αν οι διχοτόμοι των γωνιών $\widehat{AB\Delta}$ και $\widehat{A\Gamma E}$ τέμνουν τις $A\Delta$ και AE στα σημεία Z και Θ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

(α') οι ευθείες που ορίζουν τα B, Z και τα Γ, Θ είναι μεσοκάθετες των $A\Delta$ και AE αντίστοιχα,

(β') αν I είναι το σημείο τομής των διχο-

τόμων των γωνιών $\widehat{AB\Delta}$ και $\widehat{A\Gamma E}$,

i. το τρίγωνο $A\Delta I$ είναι ισοσκελές,

ii. το τρίγωνο $\Delta I E$ είναι ισοσκελές,

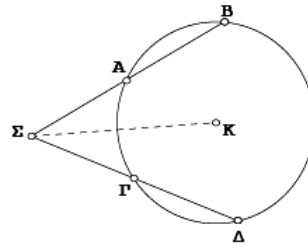
iii. το IA διχοτομεί τη γωνία $\widehat{B\Delta\Gamma}$.

11. Θεωρούμε κύκλο με κέντρο (K) και Σ εξωτερικό σημείο του κύκλου. Αν ΣAB και $\Sigma\Gamma\Delta$ τέμνουσες ώστε $\Sigma B = \Sigma\Delta$, τότε να αποδείξετε ότι

(α') η ΣK είναι διχοτόμος της $\widehat{\Delta\Sigma B}$,

(β') $AB = \Gamma\Delta$,

(γ') $\Sigma A = \Sigma\Gamma$.



12. Θεωρούμε κύκλο (O, ρ) και ίσες μη παράλληλες χορδές AB και $\Gamma\Delta$, των οποίων οι προεκτάσεις τέμνονται στο M . Αν OK και OL τα αποστήματα των χορδών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

(α') $AK = \Gamma\Lambda$,

$\widehat{AM\Gamma}$,

(β') $MA = M\Gamma$ και $MB = M\Delta$,

(δ') η ευθεία που διέρχεται από τα M και O είναι μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος $K\Lambda$.

(γ') η MO είναι διχοτόμος της γωνίας

13. Έστω κύκλος κέντρου O και $AB, \Gamma\Delta$ δύο ίσες και μη τεμνόμενες χορδές. Έστω M και N σημεία στις χορδές AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, τέτοια, ώστε $AM = \Gamma N$. Να αποδείξετε ότι $OM = ON$.