

Η Εξίσωση 1ου Βαθμού

7ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίπης

Για την εξίσωση
 $\alpha x + \beta = 0$, ισχύει
 ότι:
 Αν $\alpha \neq 0$, έχει
 μοναδική λύση την
 $x = -\frac{\beta}{\alpha}$.
 Αν $\alpha = 0$ και $\beta = 0$,
 είναι ταυτότητα.
 Αν $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$,
 είναι αδύνατη.

1. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 9)x = \lambda^2 - 3\lambda$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

(α') Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση, στις παρακάτω περιπτώσεις:

- i. όταν $\lambda = 0$, ii. όταν $\lambda = 3$, iii. όταν $\lambda = -3$.

(β') Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε την λύση αυτή.

(γ') Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η μοναδική λύση της παραπάνω εξίσωσης να ισούται με 4.

2. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x = x + \lambda^2 - 1$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

(α') Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

$$(\lambda - 1)x = (\lambda - 1)(\lambda + 1), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

(β') Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την οποία και να βρείτε.

(γ') Για ποια τιμή του λ η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α') $3x^2 = 6x$

(β') $(x - 5)^2 - (5 - x)(x + 3) = 0$

$\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow$
 $\alpha = 0 \text{ ή } \beta = 0$

.....

.....

4. Να λυθεί η εξίσωση $\frac{x-1}{x} - \frac{2}{x+1} = \frac{x-1}{x^2+x}$

Παραγοντοποιούμε τους παρονομαστές.

Προσδιορίζουμε τις τιμές του αγνώστου

x για τις οποίες οι παρανομαστές είναι

διαφορετικοί του μηδενός.

.....
.....

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της

εξίσωσης με το ΕΚΠ των παρανομαστών.

.....

Κάνουμε απαλοιφή παρανομαστών και

επιλύουμε την εξίσωση που προκύπτει.

.....
.....
.....
.....

Από τις λύσεις που βρήκαμε απορρίπτουμε

εκείνες που δεν ικανοποιούν τους περιορισμούς.

.....

5. Να λυθούν οι εξισώσεις:

Αν $\theta > 0$, τότε:

$$|x| = \theta \Leftrightarrow$$

$$x = \theta \text{ ή } x = -\theta.$$

$$(\alpha') |x| - 4 = 0$$

.....
.....

$$(\gamma') \frac{|3x - 6| + 1}{4} - \frac{|2 - x| - 1}{2} = 1$$

.....

Αν $\theta < 0$, τότε:

$$|x| = \theta \text{ είναι}$$

αδύνατη.

$$(\beta') |x| + 3 = 0$$

.....
.....

$$|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$$

$$(\gamma') 2 - 4|x| = 2$$

.....
.....
.....

$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$(\delta') |2x - 1| = |x + 3|$$

.....
.....
.....
.....

$$|\alpha| = |\beta| \Leftrightarrow$$

$$\alpha = \beta \text{ ή } \alpha = -\beta.$$

$$(\zeta') |x - 1| = 2x - 5.$$

.....
.....
.....

Για να έχει λύση μια

εξίσωση της μορφής

$$|\alpha(x)| = \beta(x),$$

επειδή το 1ο μέλος

είναι μη αρνητικό,

πρέπει και το 2ο μέλος

να είναι μη αρνητικό.

Άρα, πρέπει

$$\beta(x) \geq 0.$$

$$|-\alpha| = |\alpha|$$

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$$

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}, \beta \neq 0$$

$$(\epsilon') |-x| + |3x| - 4 \left| \frac{x}{2} \right| = 0$$

.....
.....
.....
.....

“Τα Μαθηματικά γεννήθηκαν, δεν κατασκευάστηκαν.”

Henri Poincare, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.