

Συνέπειες του Θεωρήματος της Μέσης Τιμής

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπής

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω μία συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν η f είναι συνεχής στο Δ και για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ ισχύει $f'(x) = 0$, να αποδείξετε ότι η f είναι σταθερή σε όλο το διάστημα Δ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 30

- A2.** Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^$ με $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$, ισχύει ότι η f είναι σταθερή στο $\mathbb{R}^*$.*

- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδές.

.....

Μονάδες 4

- β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 16

ΘΕΜΑ Β

B1. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής, γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ , ισχύει ότι $f'(x) > 0$ για κάθε x στο εσωτερικό του Δ .
- ii. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = g'(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- iii. Η συνάρτηση $f(x) = \chi_{\sin x} - \eta_{\mu x}$, $x \in [0, \pi]$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, \pi]$.
- iv. Αν $f'(x) = g'(2x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε υπάρχει $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε

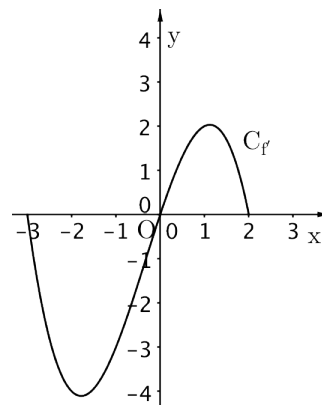
$$2f(x) = g(2x) + \alpha \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

- v. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε υπάρχει $c \in \mathbb{R}$ τέτοιο, ώστε

$$f(x) = ce^x, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 25

B2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου f' μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$.
Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 25

Σας εύχομαι επιτυχία!

“ Αν στις άλλες επιστήμες θέλουμε να καταλήγουμε σε βεβαιότητα χωρίς αμφιβολία, σε αλήθεια χωρίς σφάλμα, πρέπει να θέσουμε τα θεμέλια της γνώσης στα Μαθηματικά. ”

Bacon, Roger, 1214-1292, Άγγλος φιλόσοφος.