Η Έννοια του Διανύσματος
Πρόσθεση και Αφαίρεση Διανυσμάτων
1ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

1. Να σχεδιάσετε σε κάθε κελί του παρακάτω πίνακα ένα ζεύγος (ή και περισσότερα ζεύγη) διανυσμάτων τα οποία να ικανοποιούν τις ιδιότητες που αναφέρονται στην αντίστοιχη γραμμή και αντίστοιχη στήλη.

	Με παράλληλους φορείς	**Με τον ίδιο φορέα**
Παράλληλα ή συγγραμμικά (έχουν την ίδια διεύθυνση)		
Ομόρροπα (έχουν την ίδια διεύθυνση και την ίδια φορά, δηλάδή έχουν την ίδια κατεύθυνση)		
Αντίρροπα (έχουν την ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά, δηλάδή έχουν αντίθετη κατεύθυνση)		

2. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ), αιτιολογώντας την απάντηση σας.

   (α΄) Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = \left|\vec{\beta}\right|$ ισχύει ότι $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

   (β΄) Δύο αντίρροπα διανύσματα είναι συγγραμμικά.

   (γ΄) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν τα ίσα μέτρα.

   (δ΄) Ισχύει ότι: $\left|\overrightarrow{\mathrm{AM}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{MA}}\right|$.

   (ε΄) Αν $\left|\overrightarrow{\mathrm{AM}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{MB}}\right|$, τότε το M είναι απαραίτητα το μέσο του AB.

   (ϛ΄) Αν $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\Delta\Gamma}$, τότε θα ισχύει ότι $\overrightarrow{\mathrm{A}\Delta} = \overrightarrow{\mathrm{B}\Gamma}$.

   (ζ΄) Αν $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \overrightarrow{\mathrm{MB}}$, τότε το σημείο M είναι το μέσο του AB.

   (η΄) Αν το τρίγωνο $\mathrm{AB}\Gamma$ είναι ισόπλευρο τότε ισχύει ότι $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{A}\Gamma}$.

3. Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $\mathrm{AB}\Gamma\Delta$ και O το σημείο τομής των διαγωνίων του.

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ), αιτιολογώντας την απάντηση σας.

(α΄) $\overrightarrow{\mathrm{A\Delta}} = \overrightarrow{\mathrm{\Gamma B}}$

(β΄) $\overrightarrow{\mathrm{AO}} = \overrightarrow{\mathrm{O\Gamma}}$

(γ΄) $\overrightarrow{\mathrm{\Delta B}} \uparrow\uparrow \overrightarrow{\mathrm{\Delta O}}$

(δ΄) $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{\Delta B}}$

(ε΄) $\left|\overrightarrow{\mathrm{\Delta O}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{O\Gamma}}\right|$

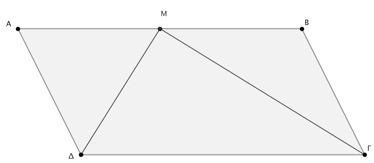
4. Δίνεται παραλληλόγραμμο $\mathrm{AB\Gamma\Delta}$ με $\widehat{\mathrm{A}} = 80^{o}$.
   Να βρείτε πόσες μοίρες είναι καθεμία από τις παρακάτω γωνίες:

   (α΄) $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{\Gamma B}}, \overrightarrow{\mathrm{\Gamma\Delta}}}\right)$ (β΄) $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}}\right)$ (γ΄) $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{B\Gamma}}, \overrightarrow{\mathrm{\Delta A}}}\right)$ (δ΄) $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{BA}}, \overrightarrow{\mathrm{\Gamma}}\mathrm{\Delta}}\right)$

5. Δίνεται το τετράγωνο $\mathrm{AB\Gamma\Delta}$ και O το σημείο τομής των διαγωνίων του.
   Να αποδείξετε ότι:
   $$\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{O\Gamma}} + \overrightarrow{\mathrm{O\Delta}} = \overrightarrow{0}.$$

6. Αν ισχύει ότι:
   $$\overrightarrow{\mathrm{\Gamma A}} + \overrightarrow{\mathrm{\Gamma B}} = \overrightarrow{\mathrm{\Delta A}} + \overrightarrow{\mathrm{\Delta B}} - \overrightarrow{\mathrm{\Delta\Gamma}},$$
   να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ και Γ ταυτίζονται.

7. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $\mathrm{AB\Gamma\Delta}$ και το σημείο M είναι το μέσο της πλευράς AB.



   Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις:

   (α΄) Το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{\Delta A}} + \overrightarrow{\mathrm{\Delta\Gamma}}$ είναι ίσο με:

   Α. $\overrightarrow{\mathrm{\Delta B}}$ **Β.** $\overrightarrow{\mathrm{\Gamma A}}$ **Γ.** $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}$ **Δ.** $\overrightarrow{\mathrm{\Delta M}}$

   (β΄) Το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{\Delta\Gamma}} - \overrightarrow{\mathrm{\Delta A}}$ είναι ίσο με:

   Α. $\overrightarrow{\mathrm{\Delta B}}$ **Β.** $\overrightarrow{\mathrm{\Gamma A}}$ **Γ.** $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}$ **Δ.** $\overrightarrow{\mathrm{\Delta M}}$

   (γ΄) Το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{\Gamma B}} + \overrightarrow{\mathrm{MB}}$ είναι ίσο με:

   Α. $\overrightarrow{\mathrm{M\Gamma}}$ **Β.** $\overrightarrow{\mathrm{\Delta M}}$ **Γ.** $\overrightarrow{\mathrm{M\Delta}}$ **Δ.** $\overrightarrow{\mathrm{\Gamma M}}$

8. Αν ισχύει ότι:
   $$\overrightarrow{\mathrm{\Gamma A}} + \overrightarrow{\mathrm{\Delta B}} = \overrightarrow{\mathrm{\Gamma M}} + \overrightarrow{\mathrm{\Delta M}},$$
   να αποδείξετε ότι το σημείο M είναι το μέσο του AB.

9. Δίνεται τετράπλευρο $\mathrm{AB\Gamma\Delta}$ τέτοιο ώστε $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{A\Delta}}$.
   Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\mathrm{AB\Gamma\Delta}$ είναι παραλληλόγραμμο.

"Όπως και σε οτιδήποτε άλλο, έτσι και στα μαθηματικά, η ομορφιά της μαθηματικής θεωρίας μπορεί να διαισθανθεί, αλλά όχι να εξηγηθεί."
Arthur Cayley, 1821-1895, Άγγλος μαθηματικός.