

Μονότονες Συναρτήσεις-Αντίστροφη Συνάρτηση

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α**A1.** Πότε μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1;.....
.....

Μονάδες 10

A2. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ παρουσιάζει στο x_0 ολικό ελάχιστο το $f(x_0)$;.....
.....

Μονάδες 10

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;.....
.....

Μονάδες 10

A4. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ με $x \in \mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.
- ii. Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής της παράστασης με την ίδια τεταγμένη.
- iii. Κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι 1-1 είναι και γνησίως μονότονη.
- iv. Το πεδίο ορισμού της f^{-1} είναι το σύνολο τιμών της f .
- v. Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
- vi. Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1, τότε τα κοινά σημεία της C_f με την ευθεία $y = x$ δεν είναι κατ' ανάγκη και κοινά σημεία της $C_{f^{-1}}$ με την ευθεία $y = x$.
- vii. Αν η συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1 και f^{-1} είναι η αντίστροφη της, τότε ισχύει: $f(f^{-1}(x)) = x$, για κάθε $x \in A$.
- viii. Αν μια συνάρτηση f δεν αντιστρέφεται σε ένα διάστημα Δ , τότε η f δεν είναι γνησίως μονότονη στο Δ .

Μονάδες 24

ΘΕΜΑ Β Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

Β1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι $1 - 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 16

Β2. Να βρείτε την συνάρτηση f^{-1} .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

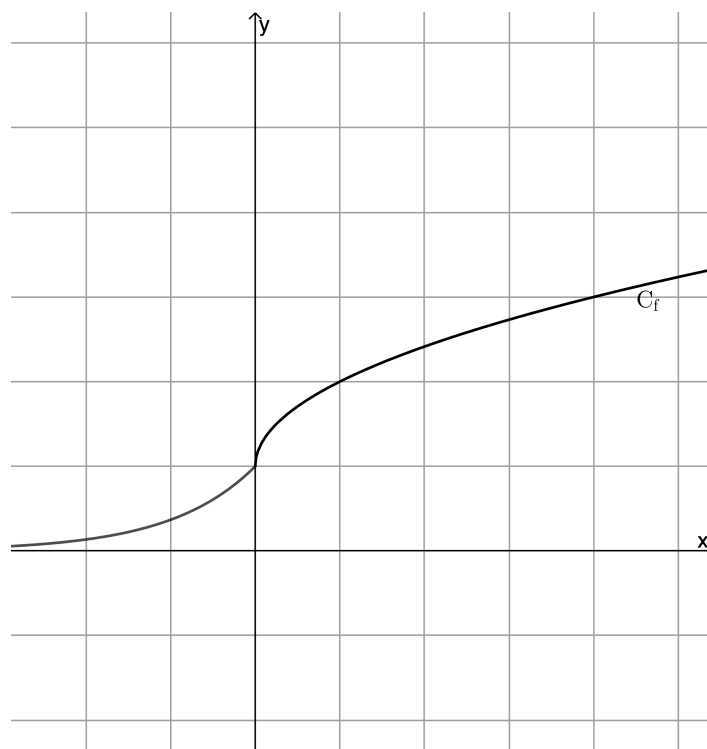
.....

.....

Μονάδες 20

Β3. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

Να σχεδιάσετε, πρόχειρα, την ευθεία $y = x$ και τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f^{-1} .



Μονάδες 10

“Η αυστηρότητα για τα Μαθηματικά είναι ό,τι το ήθος για τον άνθρωπο”

André Weil, 1906 - 1998, Γάλλος μαθηματικός.