

Το Θέμα της Εβδομάδας

Γραφική παράσταση Συνάρτησης

Μονότονες Συναρτήσεις-Αντίστροφη Συνάρτηση

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Θέμα 4ο. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + \alpha$ και $g(x) = x + \beta$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει $(f \circ g)(x) = x^2 - 2x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta = -1$.

(β) Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις f, g είναι 1-1 και να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση τους, εφόσον αυτή υπάρχει.

(γ) Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση $g^{-1} \circ f$ και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $\phi(x) = \sqrt{(g^{-1} \circ f)(x)}$.

(δ) Να λύσετε την εξίσωση $\phi(x) - \sin x + 1 = 0$.