

Το Θέμα της Εβδομάδας

Γραφική παράσταση Συνάρτησης-Πράξεις Συναρτήσεων

Μονότονες Συναρτήσεις-Αντίστροφη Συνάρτηση

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Θέμα 5ο. Δίνεται η συνάρτηση $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \ln x$ και η συνάρτηση $g : (-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $g(x) = \sqrt{2-x}$.

- (α) Να βρείτε τις συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$.
- (β) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f \circ g$ με τον άξονα $x'x$.
- (γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f \circ g$ με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .
- (δ) Να λύσετε την ανίσωση $(g \circ f)(x) < \frac{x}{e}$.
- (ε) Να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση της συνάρτησης $g \circ f$.
- (ς) Να αποδείξετε ότι $(g \circ f)^2(\alpha) + \alpha f(\alpha) \geq 2$, για κάθε $\alpha \in (0, e^2]$.