

Το Θέμα της Εβδομάδας

Όριο Συνάρτησης στο $x_0 \in \mathbb{R}$

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Θέμα 6ο. Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^2 - x + 1$ και η συνάρτηση $g : \left[\frac{3}{4}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $g(x) = \sqrt{4x - 3}$.

(α') Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(x) \geq \frac{3}{4}$.

(β') Να βρείτε την συνάρτηση $h = g \circ f$.

(γ') Αν $h(x) = |2x - 1|$, να υπολογίσετε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x) - 1}{\sqrt{x + 1} - 1}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(x)}{f(x) + 1}$

iii. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(h(x) \cdot \eta\mu \left(\frac{1}{h(x)} \right) \right)$