

Το Θέμα της Εβδομάδας

Όριο Συνάρτησης στο $x_0 \in \mathbb{R}$

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Θέμα 7ο. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = 3.$$

(α) Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

(β) Να βρείτε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x) - 2| + x - 1}{x}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x - 1) - 1}{x - 1}$

iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^2(x) - f(x)}{\sqrt{x + 2} - 2}$

iv. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(f(x) \operatorname{συν} \frac{1}{x} - \operatorname{συν} \frac{1}{x} \right)$

v. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\eta\mu x) - 1}{x}$