

Όριο Συνάρτησης στο $x_0 \in \mathbb{R}$
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής.

.....

Μονάδες 10

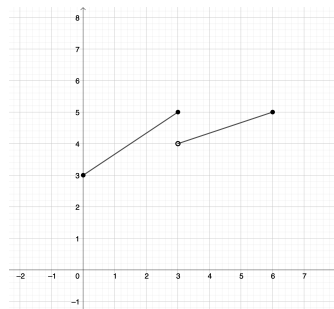
A2. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = \alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ και $x_0 \in \mathbb{R}$.
 Να αποδείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0).$$

.....

Μονάδες 10

A3. Δίνεται συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $A = [0, 6]$, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή.



- A. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5$ B. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4$ Γ. $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 5$ Δ. $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$

Μονάδες 5

A4. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

i. Ισχύει $|\eta\mu x| < |x|$, για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$.

- ii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < 0$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .
- iii. Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$, τότε ισχύει και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$
- iv. Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων f, g για τις οποίες υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και $f(x) < g(x)$ για κάθε x κοντά στο x_0 , ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.
- v. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 1$, τότε κατ' ανάγκη θα είναι $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$ ή $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -1$.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Β

Να υπολογίσετε τα όρια:

B1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{συν}2x - \text{συν}x}{x}$

.....

Μονάδες 15

B2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^2x + \text{συν}x - 1}{x}$

.....

Μονάδες 10

B3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 + 2| - |x - 2|}{\sqrt{x + 5} - 2}$

.....

Μονάδες 15

B4. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \eta\mu \frac{1}{x}$

.....

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία!

“ Αν στις άλλες επιστήμες θέλουμε να καταλήγουμε σε βεβαιότητα χωρίς αμφιβολία, σε αλήθεια χωρίς σφάλμα, πρέπει να θέσουμε τα θεμέλια της γνώσης στα Μαθηματικά. ”

Bacon, Roger, 1214-1292 , Άγγλος φιλόσοφος.