

Μη Πεπερασμένο Όριο στο $x_0 \in \mathbb{R}$
Όριο Συνάρτησης στο Άπειρο
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$

και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = 0$.

- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδές.

.....

Μονάδες 4

- β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

Μονάδες 8

A2. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .

ii. Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = 0$.

iii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.

iv. Για κάθε συνάρτηση f , με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, ισχύει ότι:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty \quad \text{ή} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty.$$

v. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$.

vi. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu+1}} = +\infty$, για κάθε $\nu \in \mathbb{N}$.

Μονάδες 24

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια :

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x^3 + x| + x^3 - x^2 + 6}{x^2 - 2x + 5}$

.....

Μονάδες 10

iv. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x}$

.....

Μονάδες 10

ii. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{x - 3}$

.....

Μονάδες 10

v. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$

.....

Μονάδες 10

iii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \eta\mu\left(\frac{1}{x}\right)$

.....

Μονάδες 6

vi. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 4} + x \right)$

.....

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, αν ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 1}{f(x)} = -\infty$.

.....

Μονάδες 8

Σας εύχομαι επιτυχία!

“Τα Μαθηματικά γεννήθηκαν, δεν κατασκευάστηκαν.”

Henri Poincare, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.