

Το Θέμα της Εβδομάδας

Όρια-Συνέχεια Συνάρτησης

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Θέμα 9ο. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\kappa - 1, & \text{αν } x \leq 0 \\ \frac{\eta\mu x}{x} - 1, & \text{αν } x > 0 \end{cases}, \quad \kappa \in \mathbb{R}.$$

(α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = \frac{1}{2}$.

(β) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχουν ετερόσημοι αριθμοί α και β τέτοιοι, ώστε $f(\alpha) = f(\beta)$.

(γ) Να βρείτε τα όρια:

i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x),$

ii. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x),$

iii. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) + x + \eta\mu x}{\sqrt{x+1} - 1}.$