Άλγεβρα Α΄ Λυκείου
Διαγώνισμα Α΄ Τετραμήνου

Ενότητες 2.3-2.4

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο: .....

Βαθμός: .....

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Για κάθε πραγματικό αριθμό α, ισχύει ότι $|\alpha|^2 = \alpha^2$.

ii. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β, ισχύει ότι

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|.$$

iii. Αν $\theta > 0$, τότε

$$|\mathrm{x}| = \theta \Leftrightarrow \mathrm{x} = \theta \quad \text{ή} \quad \mathrm{x} = -\theta.$$

iv. Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β, ισχύει ότι

$$\mathrm{d}(\alpha, \beta) = \alpha - \beta.$$

v. Για οποιουσδήποτε μη αρνητικούς πραγματικούς αριθμούς α και β, ισχύει:

$$\sqrt[3]{\alpha + \beta} = \sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}.$$

Μονάδες 15

Α2. Σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

i. Ο αριθμός $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ ισούται με:

Α. $2+\sqrt{3}$ Β. $-(2-\sqrt{3})$ Γ. $2-\sqrt{3}$ Δ. $\sqrt{3}-2$

Μονάδες 6

ii. Ο αριθμός $\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$ ισούται με:

Α. 1 Β. $1-\sqrt{2}$ Γ. $\sqrt{2}-1$ Δ. $-\sqrt{2}-1$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί y, για τους οποίους ισχύει ότι

$$|\mathrm{y}-4|<3.$$

Β1. Να αποδείξετε ότι $\mathrm{y}\in(1,7)$.

Μονάδες 15

Β2. Να αποδείξετε ότι αν $\mathrm{y}\in(1,7)$, τότε η τιμή της παράστασης

$$\mathrm{K}=\frac{|\mathrm{y}-1|+|\mathrm{y}-7|}{2},$$

είναι ίση με 3.

Μονάδες 12

Β3. Να αποδείξετε ότι αν $\mathrm{y}\in(1,7)$, τότε η τιμή της παράστασης

$$\Lambda=\sqrt{\mathrm{y}^2}+\sqrt{\mathrm{y}^2-14\mathrm{y}+49},$$

είναι ίση με 7.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α και β, για τους οποίους ισχύει:

$$\alpha=\left(\sqrt{2}\right)^6-\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 \quad \text{και} \quad \beta=\sqrt{\sqrt{5}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{5}+1}.$$

Γ1.

i. Να αποδείξετε ότι $\alpha=4$.

Μονάδες 10

ii. Να συγκρίνετε τους πραγματικούς αριθμούς $\sqrt{2}$ και $\sqrt[3]{2}$.

Μονάδες 6

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\beta=2$.

Μονάδες 10

Γ3. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό x, για τον οποίο ισχύει

$$|\mathrm{x}-\alpha|=|\mathrm{x}-\beta|.$$

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία!

¨Μην καταδέχεσαι να ρωτάς:
Θα νικήσουμε; Θα νικηδούμε;
Πολέμα!¨
Νίκος Καζαντζάκης , 1883 – 1957, Έλληνας συγγραφέας.