

Παράλληλες Ευθείες

8ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

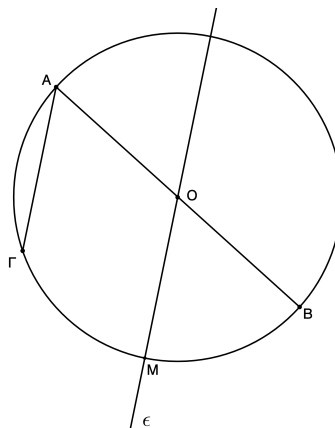
1. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε το ύψος AD και μια ευθεία ϵ παράλληλη προς την $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- (α) Το τρίγωνο $A\epsilon Z$ είναι ισοσκελές.
(β) Τα τρίγωνα $A\epsilon D$ και $A Z D$ είναι ίσα.

2. Δίνεται κύκλος κέντρου O , μια διάμετρος του AB και μια χορδή $A\Gamma$.

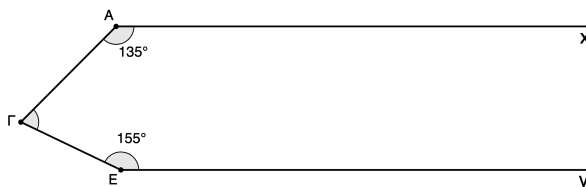
Η παράλληλη ευθεία ϵ προς την $A\Gamma$ που διέρχεται από το κέντρο O τέμνει το τόξο $B\Gamma$ στο σημείο M .

Να αποδείξετε ότι το M είναι το μέσο του τόξου $B\Gamma$.



3. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ διχοτόμος του. Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη ευθεία στην AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

4. Στο παρακάτω σχήμα οι ημιευθείες Ax και Ey είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{A\Gamma E}$.



5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE των γωνιών $\widehat{B}$ και $\widehat{\Gamma}$. Από το σημείο A φέρουμε ευθεία $x'Ax \parallel B\Gamma$, που τέμνει τις προεκτάσεις των ΓE και $B\Delta$ αντίστοιχα στα σημεία Z και H .

Να αποδείξετε ότι $ZH = AB + A\Gamma$.

Πρ.Ι-Πόρ. σελ. 82

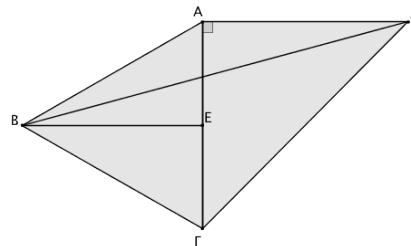
Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, σχηματίζουν: τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες, τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές.

Πρ.ΙΙ σελ. 82

Αν δύο διαφορετικές ευθείες είναι παράλληλες προς μία τρίτη ευθεία, τότε είναι και μεταξύ τους παράλληλες.

6. Δίνεται το ισοπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του BE . Εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ κατασκευάζουμε το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ με υποτεινούσα τη $\Gamma\Delta$ έτσι, ώστε τα σημεία B και Δ να βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας AG . Να αποδείξετε ότι:

- (α) $BE \parallel A\Delta$,
 (β) οι γωνίες $\widehat{EB\Delta}$ και $\widehat{A\Delta B}$ είναι ίσες,
 (γ) το τρίγωνο $BA\Delta$ είναι ισοσκελές,
 (δ) η $B\Delta$ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{EBA}$.



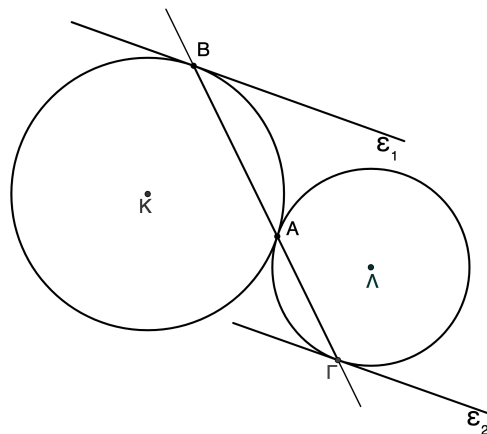
Πορ. II σελ. 81

Δύο ευθείες
κάθετες στην
ίδια ευθεία, σε
διαφορετικά
σημεία της, ε-
ίναι μεταξύ τους
παράλληλες.

7. Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) εφάπτονται στο σημείο A .

Μια ευθεία διέρχεται από το A και τέμνει τους δύο κύκλους στα σημεία B και Γ .

Να αποδείξετε ότι οι εφαπτομένες ϵ_1 και ϵ_2 των κύκλων στα σημεία B και A αντίστοιχα, είναι παράλληλες.

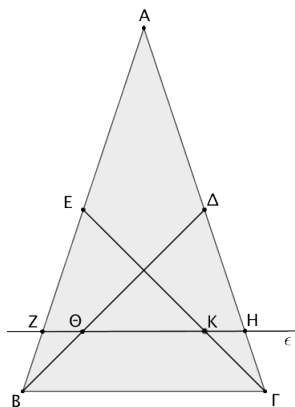


Πορ. I σελ. 81

Αν δύο ευθείες
τεμνόμενες
από τρίτη
σχηματίζουν
δύο εντός, εκτός
και επί τα αυτά
μέρη γωνίες
ίσες ή δύο
εντός και επί
τα αυτά μέρη
παραπληρωματι-
κές, τότε είναι
παράλληλες.

8. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE . Μία ευθεία ϵ παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα Z και H αντίστοιχα και τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE στα σημεία Θ και K αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- (α) $BZ = \Gamma H$.
 (β) Τα τρίγωνα $ZB\Theta$ και $H\Gamma K$ είναι ίσα.
 (γ) $ZK = H\Theta$.



9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διάμεσοι του BM και ΓN . Προεκτείνουμε τη BM κατά τμήμα $M\Delta = BM$ και τη ΓN κατά τμήμα $NE = \Gamma N$. Να αποδείξετε ότι:

- (α) $A\Delta \parallel B\Gamma$,
 (β) $AE \parallel B\Gamma$,
 (γ) E, A και Δ είναι συνευθειακά.

Αίτημα παραλληλίας

Από σημείο
εκτός ευθείας
άγεται μία μόνο
παράλληλη
προς αυτή.

“Φτασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαθύτερη γνώση του κόσμου.”

Οδυσσέας Ελύτης, 1911 – 1996, Έλληνας ποιητής.