

# Γενική Μορφή Εξίσωσης Ευθείας

## 7ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

**Σημείωση**

Η εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει ευθεία γραμμή αν και μόνο αν ισχύει  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$ , δηλαδή αν και μόνο αν δεν ισχύει  $A = 0$  και  $B = 0$ .

1. Δίνεται η εξίσωση

$$(\mu^2 - 9)x + (\mu^2 + 3\mu)y + \mu + 1 = 0, \quad \mu \in \mathbb{R}.$$

- (α) Να βρείτε τις τιμές του  $\mu$  για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή.
- (β) Να βρείτε τις τιμές του  $\mu$  για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση παριστάνει ευθεία παράλληλη:

- i. στον άξονα  $x'x$ ,
- ii. στον άξονα  $y'y$ .

(γ) Να βρείτε τις τιμές του  $\mu$  για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση παριστάνει ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

2. Δίνονται οι ευθείες

$$\epsilon_1 : 2x + y = 6 \text{ και } \epsilon_2 : x - 2y = -2.$$

- (α) Να βρείτε το κοινό τους σημείο M.
- (β) Να δείξετε ότι οι ευθείες  $\epsilon_1, \epsilon_2$  και  $\epsilon_3 : 3x - y = 4$  διέρχονται από το ίδιο σημείο.

3. Δίνεται η εξίσωση

$$\lambda(x + y - 1) + 2x - y - 1 = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

- (α) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή που διέρχεται από σταθερό σημείο, του οποίου να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες.
- (β) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ , για τις οποίες η ευθεία που ορίζεται από την εξίσωση (1),
  - i. είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ ,
  - ii. είναι παράλληλη στον άξονα  $y'y$ ,
  - iii. διέρχεται από το σημείο  $A(1, -1)$ ,
  - iv. σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $45^\circ$ ,
  - v. είναι παράλληλη στην ευθεία  $\eta : -2x + y - 1 = 0$ .
- (γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία

$$\zeta : x + y + 1 = 0,$$

δεν ανήκει στην οικογένεια των ευθειών που ορίζονται από την εξίσωση (1).

**Σημείωση**

Έστω η ευθεία  $\epsilon$  με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ , με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$ .  
 Ισχύει ότι:  
 $\triangleright \epsilon \parallel y'y \Leftrightarrow B = 0$   
 $\triangleright \epsilon \parallel x'x \Leftrightarrow A = 0$   
 $\triangleright \epsilon$  διέρχεται από  $O \Leftrightarrow \Gamma = 0$ .

**Σημείωση**

Έστω η ευθεία  $\epsilon$  με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ , με  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$ .  
 Το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (B, -A)$  είναι παράλληλο στην  $\epsilon$ .  
 Το διάνυσμα  $\vec{\eta} = (A, B)$  είναι κάθετο στην  $\epsilon$ .

4. Δίνονται οι ευθείες:

$$\epsilon_1 : x + 2y - 5 = 0 \quad \text{και} \quad \epsilon_2 : x - 3y + 4 = 0.$$

- (α) Να βρείτε δύο διανύσματα  $\vec{d}_1$  και  $\vec{d}_2$  τέτοια, ώστε να είναι παράλληλα προς τις ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  αντίστοιχα.  
 (β) Να υπολογίσετε την οξεία γωνία των ευθειών  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .

5. Δίνονται οι ευθείες:

$$\epsilon_1 : \lambda x + (\lambda - 2)y + 8 = 0 \quad \text{και} \quad \epsilon_2 : (\lambda - 1)x + \lambda y + \lambda = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$ , ώστε:

- (α)  $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ ,  
 (β)  $\epsilon_1 \perp \epsilon_2$ .

6. Θεωρούμε την εξίσωση:

$$(2\lambda - 1)x + (18 - 11\lambda)y + 9\lambda - 17 = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

- (α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει ευθεία για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .  
 (β) Αν  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  είναι οι ευθείες που προκύπτουν από την παραπάνω εξίσωση για  $\lambda = 1$  και  $\lambda = 2$  αντίστοιχα, να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν.  
 7. (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon_1$  που διέρχεται από τα σημεία  $A(4, 2)$  και  $B(8, 5)$ .  
 (β) Αν  $\epsilon_1 : 3x - 4y - 4 = 0$ , να δείξετε ότι η οξεία γωνία που σχηματίζει με την ευθεία  $\epsilon_2 : 7x - y - 1 = 0$  είναι  $\phi = 45^\circ$ .  
 (γ) Να βρείτε το σημείο τομής των  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .  
 (δ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon_3$  τέτοιας ώστε η  $\epsilon_2$  να διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_3$ .  
 8. Σε παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  οι πλευρές του  $AB$  και  $A\Delta$  βρίσκονται πάνω στις ευθείες με εξισώσεις:

$$\epsilon_1 : 2x + y + 2 = 0 \quad \text{και} \quad \epsilon_2 : x - 2y + 6 = 0$$

αντίστοιχα.

Αν το κέντρο του  $AB\Gamma\Delta$  είναι το σημείο  $K(-1, -2)$ , να βρείτε:

- (α) τις συντεταγμένες του σημείου  $A$  και να αποδείξετε ότι  $\Gamma(0, -6)$ ,  
 (β) την εξίσωση της πλευράς  $\Gamma\Delta$  και τις συντεταγμένες της κορυφής  $\Delta$ .

*“Κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα, καλή ή κακή, έχει ένα τέλος...εκτός από τα Μαθηματικά”.*

Erdos, Paul, 1913 – 1996, Ούγγρος μαθηματικός.