

Το Θέμα της Εβδομάδας

Συνέχεια-Παράγωγος

Εφαπτομένη της C_f -Θεώρημα του Rolle

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Θέμα 15ο. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^3 - 3x^2 - x + 1, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}, \quad \text{με } \alpha < -3.$$

- (α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της αλλά μη παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$.
- (β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f ικανοποιεί καθεμιά από τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$.
- (γ) Να βρεθεί το μοναδικό $\xi \in \left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$ για το οποίο ισχύει $f'(\xi) = 0$.
- (δ) Να δείξετε ότι στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν υπάρχουν σημεία με αρνητική τετμημένη στα οποία η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.