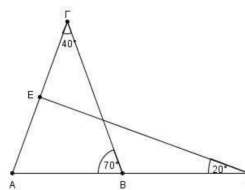


Άθροισμα Γωνιών Τριγώνου Γωνίες με Πλευρές Κάθετες Άθροισμα Γωνιών Κυρτού ν-γώνου 10ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

1. Στο διπλανό σχήμα, να αποδείξετε ότι:

- (α) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές,
(β) η γωνία $\widehat{A\hat{E}\Delta}$ είναι ορθή.

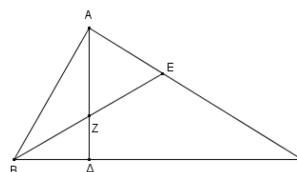


2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και $\widehat{A} = 40^\circ$. Στην προέκταση της ΓB (προς το B) παίρνουμε τμήμα $B\Delta$ τέτοιο, ώστε $B\Delta = AB$. Να υπολογίσετε:

- (α) τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$,
(β) τη γωνία $\Delta\hat{A}\Gamma$.

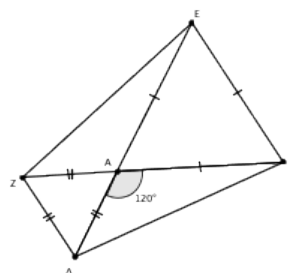
3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν $\widehat{A} + \widehat{\Gamma} = 2\widehat{B}$ και $\widehat{A} = 3\widehat{\Gamma}$.

- (α) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\widehat{B}$ είναι 60° .
(β) Αν το ύψος $A\Delta$ και η διχοτόμος του BE τέμνονται στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AZE είναι ισόπλευρο.



4. Έστω τρίγωνο $AB\Delta$ με $\widehat{A} = 120^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα AEB και $AZ\Delta$. Να αποδείξετε ότι:

- (α) Τα τρίγωνα AEZ και $AB\Delta$ είναι ίσα,
(β) Το τμήμα ΔZ είναι παράλληλο στο BE .



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ η διχοτόμος του. Από το σημείο Δ φέρουμε την παράλληλη προς την AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .

- (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $E\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
(β) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{\Delta}E$.

Θεωρ. σελ.88

Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι δύο ορθές.

Πορ. σελ.89

Κάθε γωνία ισόπλευρου τριγώνου είναι 60° .

Πορ. σελ.89

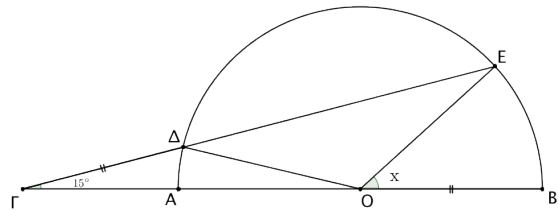
Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.

(γ') Αν η γωνία $\widehat{B}$ είναι 20 μοίρες μεγαλύτερη της γωνίας $\widehat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τη γωνία $E\widehat{\Delta}\Gamma$.

6. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{B} > \widehat{\Gamma}$ φέρουμε το ύψος AD και τη διχοτόμο AE .
Να αποδείξετε ότι:

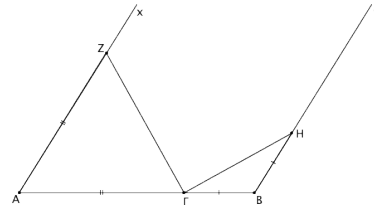
$$(\alpha) \Delta\widehat{A}E = 90^\circ - A\widehat{E}\Delta, \quad (\beta) A\widehat{E}\Delta = \widehat{\Gamma} + \frac{B\widehat{A}\Gamma}{2} \quad (\gamma) \Delta\widehat{A}E = \frac{\widehat{B} - \widehat{\Gamma}}{2}$$

7. Στο ημικύκλιο διαμέτρου AB και κέντρου O προεκτείνουμε την AB προς το μέρος του A και παίρνουμε ένα σημείο Γ . Θεωρούμε E ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω Δ το σημείο τομής του τμήματος ΓE με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα $\Gamma\Delta$ είναι ίσο με το OB και η γωνία $B\widehat{\Gamma}E$ είναι 15° , τότε:



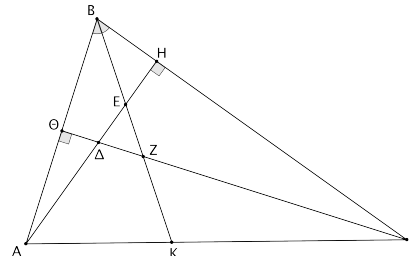
- (α) να αποδείξετε ότι $O\widehat{\Delta}E = 30^\circ$,
(β) να υπολογίσετε τη γωνία $E\widehat{O}B = x$.

8. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες Ax και By είναι παράλληλες.
Επίσης, ισχύουν: $A\Gamma = AZ$, $\Gamma B = BH$ και $\widehat{A} = 50^\circ$.



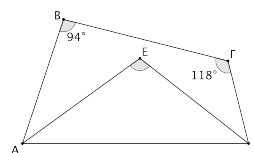
- (α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $A\widehat{Z}\Gamma$ και $H\widehat{\Gamma}B$.
(β) Να αποδείξετε ότι $Z\widehat{\Gamma}H = 90^\circ$.

9. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ τα ύψη AH και $\Gamma\Theta$ τέμνονται στο σημείο Δ και η διχοτόμος BK τέμνει τα δύο ύψη στα σημεία E και Z .



- (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $EZ\Delta$ είναι ισοσκελές.
(β) Αν $\widehat{B} = 60^\circ$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $EZ\Delta$ είναι ισόπλευρο.

10. Οι διχοτόμοι των γωνιών $\widehat{A}$ και $\widehat{\Delta}$ του κυρτού τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται στο σημείο E . Αν $\widehat{B} = 94^\circ$ και $\widehat{\Gamma} = 118^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $A\widehat{E}\Delta$.



“Ο μαθηματικός, όπως ένας ζωγράφος ή ένας ποιητής, είναι ένας σχεδιαστής. Αν τα έργα που σχεδιάζει είναι διαχρονικότερα από εκείνων, αυτό οφείλεται στο ότι είναι φτιαγμένα από ιδέες”.

Hardy, Godfrey Harold, 1877 – 1947, Άγγλος μαθηματικός.

Πορ. σελ.89

Οι οξείες γωνίες ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.

Σημείωση

Το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού ν-γώνου είναι $(2n - 4)$ ορθές.

Θεωρ.-Πορ. σελ.89

Γωνίες με πλευρές κάθετες, είναι: ίσες αν και οι δύο είναι οξείες ή και οι δύο είναι αμβλείες και είναι παραπληρωματικές αν η μία είναι αμβλεία και η άλλη οξεία.