

Θεώρημα του Rolle
Θεώρημα Μέσης Τιμής
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 35

- A2.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).
- i. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (α, β) , ισχύει ότι υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $A(\xi, f(\xi))$ να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.
 - ii. Δεν υπάρχει συνάρτηση f η οποία είναι 1-1 και τέτοια, ώστε να ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle σε κάποιο διάστημα $[\alpha, \beta]$ του πεδίου ορισμού της.
 - iii. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) με $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε $f(\alpha) \neq f(\beta)$.
 - iv. Αν η συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση στο $\mathbb{R}$ και $f''(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ δύο ρίζες.
 - v. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$, παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) με $f(\alpha) < f(\beta)$, τότε υπάρχει εφαπτομένη της C_f που έχει θετική κλίση.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ Β

B1. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι παραγωγίσιμη.

Αν η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει μοναδική ρίζα την $x = 1$, να αποδείξετε ότι $f(2) \neq f(3)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 20

B2. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι παραγωγίσιμη και τέτοια ώστε η γραφική της παράσταση να διέρχεται από τα σημεία $A(2, 4)$ και $B(5, 7)$.

Να αποδείξετε ότι υπάρχει εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $(\epsilon): y = x + 2023$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 20

Σας εύχομαι επιτυχία!