

Άλγεβρα Α' Λυκείου

Επανάληψη 3ου Κεφαλαίου

9ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπής

1. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (α') Αν $\alpha \neq 0$, τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$, έχει μοναδική λύση.
- (β') Η εξίσωση $x^\nu = \alpha$, με ν άρτιο φυσικό αριθμό και α αρνητικό πραγματικό αριθμό, είναι αδύνατη.
- (γ') Η εξίσωση $x^3 = -2$ είναι αδύνατη.
- (δ') Η εξίσωση $x^3 = 5$ έχει δύο πραγματικές ρίζες.
- (ε') Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$, έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geq 0$.
- (ς') Η εξίσωση $x^2 - \alpha x + \alpha^2 = 0$, με παράμετρο $\alpha \neq 0$, έχει πραγματικές ρίζες.
- (ζ') Υπάρχουν πραγματικοί αριθμοί x και y που να έχουν άθροισμα 2 και γινόμενο -1 .
- (η') Αν $\alpha + \beta = 3$ και $\alpha\beta = -4$, τότε τα α και β είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x - 4 = 0$.
- (θ') Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$, έχει δύο ρίζες αντίθετες, τότε $\beta = 0$.

2. Δίνεται η εξίσωση

$$(\lambda - 1)x - 2\lambda + 2 = 0, \quad \text{με παράμετρο } \lambda \in \mathbb{R}.$$

- (α') i. Να λύσετε την εξίσωση για $\lambda = -2$.
ii. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το $x = 1$ είναι ρίζα της εξίσωσης.
- (β') Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση είναι ταυτότητα.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α') $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

(ε') $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x - 2$

(β') $|x - 1| = |x - 3|$

(ς') $x^5 = 4x^3$

(γ') $||x| - 1| = 2$

(ζ') $x^2 = 3|x| + 2$

(δ') $|9 - 3x| - |x - 3| = 8$

(η') $x^4 + x^2 = 6$

4. Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - 4x + 2 - \lambda^2 = 0, \quad (1)$$

με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

(α) Να αποδείξετε ότι, για οποιαδήποτε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, η (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

(β) Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης (1):

i. Να βρείτε το $S = x_1 + x_2$.

ii. Να βρείτε το $P = x_1 \cdot x_2$, ως συνάρτηση του πραγματικού αριθμού λ .

(γ) Αν η μία ρίζα της εξίσωσης (1) είναι ο αριθμός $2 + \sqrt{3}$, τότε:

i. να αποδείξετε ότι η άλλη ρίζα της εξίσωσης (1) είναι ο αριθμός $2 - \sqrt{3}$,

ii. να βρείτε το λ .

“ Αυτό που αγάπησα στα Μαθηματικά, είναι το ότι οι αποδείξεις μιλούν από μόνες τους. Δεν χρειάζεται να παρουσιάσεις διαπιστευτήρια για αυτές και να πείσεις τους άηθλους για την εγκυρότητα τους. Όλα είναι εκεί, μπροστά σου. ”

Du Sautoy, Marcus Peter Francis, 1965- , Άγγλος μαθηματικός.