

Τοπικά Ακρότατα Συνάρτησης

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε να αποδείξετε ότι: $f'(x_0) = 0$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

Μονάδες 30

- A2.** Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Τι ονομάζουμε κρίσιμα σημεία της f στο Δ ;

.....

.....

.....

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

B1. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό της ελάχιστο.
- ii. Για κάθε συνάρτηση f , το μεγαλύτερο από τα τοπικά μέγιστα της, εφόσον υπάρχουν, είναι ολικό μέγιστο της f .
- iii. Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, που είναι παραγωγίσιμη και δεν παρουσιάζει ακρότατα, ισχύει $f'(x) \neq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- iv. Κάθε κρίσιμο σημείο μιας συνάρτησης f σε ένα διάστημα Δ είναι θέση τοπικού ακροτάτου της f .
- v. Μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ , μπορεί να παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και σε εσωτερικό σημείο του Δ , στο οποίο η f δεν είναι παραγωγίσιμη.
- vi. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ , τότε τα εσωτερικά σημεία του Δ , στα οποία η f' είναι διαφορετική από το μηδέν, δεν είναι θέσεις τοπικών ακροτάτων της f .

Μονάδες 30

B2. Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, αν για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$ ισχύει $f'(x_0) = 0$, τότε το x_0 είναι υποχρεωτικά θέση τοπικού ακροτάτου της f .

- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδές.

.....

Μονάδες 5

- β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

Μονάδες 20

Σας εύχομαι επιτυχία!

“Ο μαθηματικός δε διδάσκεται τα καθαρά μαθηματικά γιατί είναι χρήσιμα. Τα διδάσκεται γιατί τον ευχαριστούν. Και τον ευχαριστούν γιατί είναι όμορφα.”

Ανρί Πουανκαρέ, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.