

Κυρτότητα
Σημεία Καμπής Συνάρτησης
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω μία συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του. Πότε λέμε ότι η f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω ή είναι κοίλη στο Δ ;

.....

Μονάδες 15

- A2.** Έστω μία συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 . Πότε το σημείο $A(x_0, f(x_0))$ ονομάζεται σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f ;

.....

Μονάδες 20

- A3.** Ποιες είναι οι πιθανές θέσεις σημείων καμπής μιας συνάρτησης f σ' ένα διάστημα Δ ;

.....

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

B1. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f σε κάθε σημείο καμπής "διαπερνά" την C_f .
- ii. Αν μια συνάρτηση f είναι κοίλη σε ένα διάστημα Δ , τότε η εφαπτομένη της C_f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από την C_f με εξαίρεση το σημείο επαφής.
- iii. Αν μία συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και ισχύει $f''(x) \neq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η f δεν παρουσιάζει καμπή στο $\mathbb{R}$.

Μονάδες 15

B2. Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

Για κάθε συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή στο $\mathbb{R}$, ισχύει $f''(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδές.

.....

Μονάδες 5

- β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

Μονάδες 25

Σας εύχομαι επιτυχία!

"Καμία ανθρώπινη δραστηριότητα δεν μπορεί να ονομαστεί επιστήμη αν δεν μπορεί να στηριχτεί στα Μαθηματικά".

Da Vinci, Leonardo, 1452 – 1519, Ιταλός ζωγράφος.