

Άλγεβρα Α' Λυκείου

Αριθμητική πρόοδος

12ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

1. Ποιες από τις παρακάτω ακολουθίες αριθμών είναι αριθμητικές πρόοδοι;

(α) 1, 5, 9, 13, ...

(γ) -3, 0, 3, 6, ...

(β) 2, 4, 8, 16, ...

(δ) $\frac{1}{2}, 2, \frac{7}{2}, 5, \dots$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

.....

.....

.....

.....

.....

2. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 4, 7, 10, ...

(α) Στην παραπάνω αριθμητική πρόοδο να υπολογίσετε τη διαφορά ω .

.....

.....

(β) Να βρείτε τον 14^ο όρο της παραπάνω αριθμητικής προόδου.

.....

.....

(γ) Να βρείτε τον ν° όρο της παραπάνω αριθμητικής προόδου.

.....

.....

(δ) Ποιος όρος της παραπάνω αριθμητικής προόδου ισούται με 67;

.....

.....

(ε) Υπάρχει όρος της παραπάνω αριθμητικής προόδου που να ισούται με 80;

.....

.....

.....

Ορισμός

Μία ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος, αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενό του με πρόσθεση πάντοτε του ίδιου αριθμού.

Σημείωση

$\alpha_{\nu+1} = \alpha_{\nu} + \omega$
Η διαφορά ω μιας αριθμητικής προόδου είναι:
 $\omega = \alpha_{\nu+1} - \alpha_{\nu}$

Σημείωση

Ο ν -στός όρος αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α $\alpha_{\nu} = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega$

3. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (α_ν) με $\alpha_1 = 2$ και $\alpha_{25} = \alpha_{12} + 39$.

(α) Να δείξετε ότι η διαφορά της αριθμητικής προόδου είναι $\omega = 3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(β) Να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 152.

.....

.....

.....

.....

.....

(γ)

i. Να γράψετε τρεις διαδοχικούς όρους της παραπάνω αριθμητικής προόδου.

.....

ii. Ποια σχέση συνδέει τον μεσαίο όρο με τους δύο άλλους;

.....

.....

4. Οι αριθμοί $x + 2$, $(x + 1)^2$, $3x + 2$, με την σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού x .

.....

.....

.....

.....

.....

5. Να βρείτε το άθροισμα των 40 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου $10, 7, 4, \dots$

.....

.....

.....

.....

6. Να υπολογίσετε το άθροισμα $5 + 10 + 15 + \dots + 100$.

.....

.....

.....

.....

“Τα Μαθηματικά είναι χωρίς καμιά αμφιβολία η μόνη οικουμενική γλώσσα”.

Connes, Alain, 1947–, Γάλλος μαθηματικός.

Σημείωση

Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

Σημείωση

Το άθροισμα των ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου (α_ν) με διαφορά ω είναι $S_\nu = \frac{\nu}{2} (\alpha_1 + \alpha_\nu)$ ή $S_\nu = \frac{\nu}{2} [2\alpha_1 + (\nu - 1)\omega]$.