

Επαναληπτικές Ασκήσεις

15ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Αγαπητά μου παιδιά, οι παρακάτω ασκήσεις έχουν ως στόχο να αποτελέσουν μια αφορμή για επανάληψη των εννοιών 3.1 έως και το Θεώρημα I της ενότητας 5.6 που έχετε διαδαχθεί μέχρι σήμερα.

Κάποιες από τις παρακάτω ασκήσεις είναι θέματα-ερωτήματα από την "Τράπεζα Θεμάτων" του ΙΕΠ. Να προσπαθήσετε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τις σημειώσεις των τετραδίων σας. Καλή δύναμη!

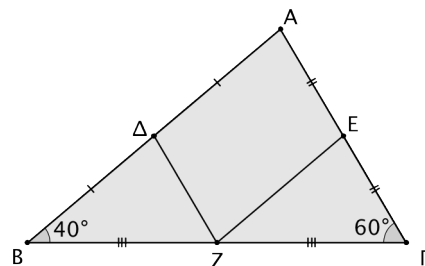
Ερωτήσεις Σωστού-Λάθους

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (α) Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.
- (β) Οι διαγώνιοι του ορθογώνιου τέμνονται κάθετα.
- (γ) Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα.
- (δ) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι μεταξύ τους ίσα.
- (ε) Ο φορέας της κοινής χορδής δύο τεμνόμενων και άνισων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.
- (ς) Αν οι διαγώνιοι ενός ρόμβου είναι ίσες, τότε ο ρόμβος είναι τετράγωνο.
- (ζ) Δύο κύκλοι (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) εφάπτονται εσωτερικά αν $K\Lambda = \rho_1 + \rho_2$.
- (η) Αν ένα παραλληλόγραμμο έχει ίσες διαγωνίους τότε είναι ορθογώνιο.
- (θ) Το άθροισμα των γωνιών ενός ν -γώνου είναι $(2\nu + 4)$ ορθές.
- (ι) Κάθε τετράπλευρο που οι διαγώνιοί του διχοτομούνται είναι παραλληλόγραμμο.
- (ια) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα.
- (ιβ) Το σημείο τομής των μεσοκαθέτων ενός τριγώνου ονομάζεται περίκεντρο.
- (ιγ) Ένα ισοσκελές τρίγωνο με μία του γωνία 60° είναι ισόπλευρο.
- (ιδ) Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 4 ορθές.
- (ιε) Η διάμεσος ΒΜ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με $AB = AG$ είναι και ύψος.
- (ις) Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία είναι πάντα ίσα.
- (ιζ) Δύο γωνίες που οι πλευρές τους είναι παράλληλες μία προς μία είναι πάντα ίσες.
- (ιη) Κάθε πλευρά τριγώνου είναι διπλάσια από το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο άλλων πλευρών.

Ασκήσεις

- Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2A\Delta$ και $\hat{A} = 2\hat{\Delta}$.
 - Να υπολογιστούν οι γωνίες του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
 - Αν η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}$ τέμνει την AB στο σημείο E , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.
 - Να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{\Delta E\Gamma}$ είναι ορθή.
- Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρνουμε το ύψος του $A\Delta$ και το προεκτείνουμε προς το μέρος του Δ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$.
 - Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές.
 - Αν M είναι το μέσο του BE , να αποδείξετε ότι $M\Delta = \frac{AB}{2}$.
 - Αν Λ είναι το μέσο του AB , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Lambda\Delta MB$ είναι ρόμβος.
- Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E το μέσο της $B\Gamma$. Έστω ότι η προέκταση της ΔE τέμνει την προέκταση της AB στο σημείο Z .
 - Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta E\Gamma$ και BEZ είναι ίσα.
 - Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta B Z \Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - Να αποδείξετε ότι $AZ = 2\Delta\Gamma$.
- Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 40^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Επίσης, τα σημεία Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.
 - Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - Να αποδείξετε ότι $\Delta Z \parallel A\Gamma$ και $ZE \parallel AB$.
 - Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Delta Z E}$.
 - Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $B\Delta Z$.

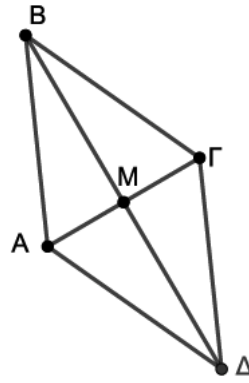


- Έστω ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία N και K των AB και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $AN = K\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:
 - τα τρίγωνα $AN\Delta$ και $BK\Gamma$ είναι ίσα,
 - το τετράπλευρο $NBK\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.
- Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και O είναι το κέντρο του. Έστω E, Z, H, Θ τα μέσα των $O\Delta, OA, OB$ και $O\Gamma$ αντίστοιχα.
 - Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - Αν η περίμετρος του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι 40, να βρείτε την περίμετρο του $EZH\Theta$.
- Στο παρακάτω σχήμα το M είναι μέσο των τμημάτων $A\Gamma$ και $B\Delta$. Επίσης, $\hat{A\hat{M}B} = \hat{\Gamma\hat{M}B}$.

(α') Να αποδείξετε ότι:

- i. Οι ΑΓ και ΒΔ είναι κάθετες,
- ii. το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.

(β') Το ΑΒΓΔ είναι η κάτοψη ενός κήπου. Για να περιφράξουμε τον κήπο χρειαζόμαστε 30 μέτρα φράχτη. Αν αφήσουμε την πλευρά ΑΒ του κήπου χωρίς φράχτη, πόσα μέτρα φράχτη θα χρειαστούμε για τις υπόλοιπες πλευρές;



8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $AB < AG$ προεκτείνουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήματα $ΔΕ = AD$ και $MN = AM$. Να αποδείξετε ότι:

(α') $ΔM \parallel EN$,

(γ') το ΑΒΝΓ είναι παραλληλόγραμμο,

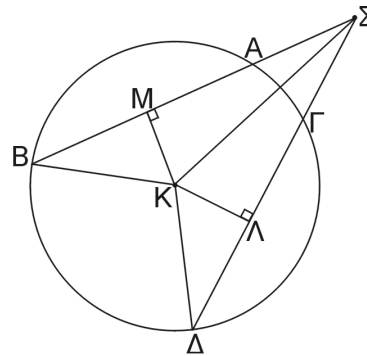
(β') το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές,

(δ') $BE = NG$.

9. Δίνεται κύκλος κέντρου Κ και ένα σημείο Σ στο εξωτερικό του. Από το Σ φέρνουμε δύο τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΓΔ τέτοιες ώστε $SB = SD$. Αν $KM \perp SB$ και $K\Lambda \perp SD$ να αποδείξετε ότι:

(α') τα τρίγωνα ΣΚΒ και ΣΚΔ είναι ίσα και ΣΚ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Sigma}$.

(β') $KM = K\Lambda$ και $SA = SG$.



10. Από σημείο Δ της βάσης ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ φέρνουμε παράλληλες ευθείες προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ.

Αν Ε και Ζ είναι τα σημεία στα οποία οι παράλληλες τέμνουν τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

(α') το ΑΖΔΕ είναι παραλληλόγραμμο,

(β') η περίμετρος του παραλληλογράμμου ΑΖΔΕ ισούται με το άθροισμα των ίσων πλευρών του ισοσκελούς τριγώνου.

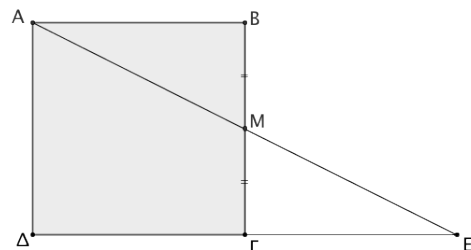
11. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ και Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ. Η ΑΜ τέμνει την προέκταση της ΔΓ στο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

(α') $ΓΔ = ΓΕ$,

(β') το τρίγωνο ΔΒΕ είναι ορθογώνιο,

(γ') $BD = BE$.



Καλό Πάσχα!

Εύχομαι το Άγιο Φως της Ανάστασης να φωτίσει τις ζωές σας και να σας χαρίσει υγεία, χαρά και ευτυχία!