

# Γραφική Παράσταση Συνάρτησης

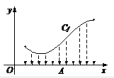
## 15ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

1. Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f$ .

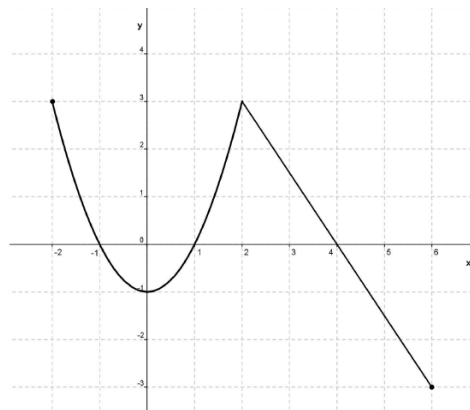
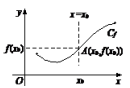
Σημείωση

Το πεδίο ορισμού της  $f$  είναι το σύνολο  $A_f$  των τετμημένων των σημείων της  $C_f$ .



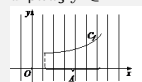
Σημείωση

Η τιμή της  $f$  στο  $x_0$  είναι η τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας  $x = x_0$  και της  $C_f$ .



Σημείωση

Κάθε κα-  
τακόρυφη  
ευθεία τέμνει  
τη γραφική  
παράσταση της  
 $f$  το πολύ σε  
ένα σημείο.  
Αυτό συμβαίνει  
διότι για κάθε  
 $x \in A_f$  αντι-  
στοιχίζεται ένα  
ακριβώς  $y \in \mathbb{R}$



- (α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

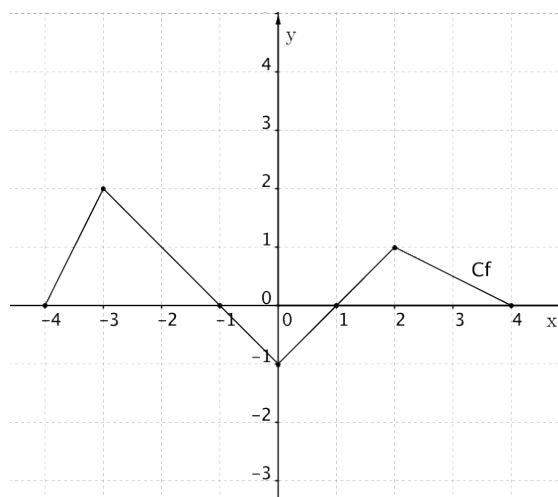
- (β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

| $x$    | -2 | -1 |    | 2 |    |
|--------|----|----|----|---|----|
| $f(x)$ |    |    | -1 |   | -3 |

- (γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  με τους άξονες.

- (δ) Να προσδιορίσετε τα διαστήματα του πεδίου ορισμού στα οποία η συνάρτηση παίρνει αρνητικές τιμές.

2. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .



(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$ .

(γ) Να βρείτε τις τιμές:

$$f(-3), f\left(-\frac{5}{2}\right), f(0) \text{ και } f(1).$$

(δ) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$f(x) = 0, f(x) = 1 \text{ και } f(x) = -2.$$

(ε) Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$f(x) > 0 \text{ και } f(x) > 1.$$

3. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$ .

(β) Ανήκει το σημείο  $M(1, 3)$  στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ ;

(γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

4. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$g(x) = x - 9 \text{ και } f(x) = x^2 - 4x + \alpha, \alpha \in \mathbb{R}.$$

(α) Αν το σημείο  $M(1, -8)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$ .

(β) Αν  $\alpha = -5$ , να βρείτε:

- τα κοινά σημεία της  $C_f$  με τους άξονες,
- τα κοινά σημεία των  $C_f$  και  $C_g$ ,
- τις τετμημένες των σημείων της  $C_f$  που βρίσκονται κάτω από την  $C_g$ .

5. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = (x - 1)^2 - 4$  και  $g(x) = |x - 1| + 2$ , με  $x \in \mathbb{R}$ .

(α) Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

(β) Να δείξετε ότι, για κάθε τιμή του  $x$  η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  βρίσκεται πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

(γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

“Τα Μαθηματικά είναι ίσως η πιο σημαντική όψη του πολιτισμού μας.”

Kline, Morris, 1908 - 1992, Αμερικανός μαθηματικός.

Σημείωση

Το σύνολο τιμών της  $f$  είναι το σύνολο των τετμημένων των σημείων της  $C_f$ .



Σημείωση

Οι λύσεις της ανίσωσης  $f(x) > 0$ , με  $x \in A_f$ , είναι οι τετμημένες των σημείων της  $C_f$  που βρίσκονται πάνω από τον άξονα  $x'x$ .

Σημείωση

Το σημείο  $M(\alpha, \beta)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$  αν και μόνο αν  $f(\alpha) = \beta$ . Δηλαδή,  $M(\alpha, \beta) \in C_f \Leftrightarrow f(\alpha) = \beta$ .



Σημείωση

Οι λύσεις της ανίσωσης  $f(x) > g(x)$ , με  $x \in A_f \cap A_g$ , είναι οι τετμημένες των σημείων της  $C_f$  που βρίσκονται πάνω από τη  $C_g$ .

Σημείωση

Οι τετμημένες των σημείων τομής της  $C_f$  με τον άξονα  $x'x$  είναι οι λύσεις της εξίσωσης  $f(x) = 0$ , με  $x \in A_f$ . Αν  $0 \in A_f$ , τότε η τετμημένη του σημείου τομής της  $C_f$  με τον  $y'y$  είναι η τιμή  $f(0)$ .

Σημείωση

Οι λύσεις της εξίσωσης  $f(x) = g(x)$ , με  $x \in A_f \cap A_g$ , είναι οι τετμημένες των σημείων τομής της  $C_f$  με την  $C_g$ .