

Μέθοδοι Απόδειξης-Ταυτότητες
Παραγοντοποίηση
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

Θέμα Α

A1. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες.

- i. $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ iii. $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$
 ii. $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$ iv. $(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + 2\beta\gamma$

Μονάδες 20

A2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} = \frac{x(2x - 1)}{(2x - 1)(2x + 1)} = \frac{x}{2x + 1}$ ii. $\frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} = \frac{x + 1}{x^2 + x + 1}$

Μονάδες 30

Θέμα Β

B1. Έστω $\alpha \in \mathbb{R}$ και $A = (\alpha + 2)(\alpha - 4) - (\alpha - 1)^2$.

i. Να αποδείξετε ότι $A = -9$.

$A = \alpha^2 - 4\alpha + 2\alpha - 8 - (\alpha^2 - 2\alpha + 1) = \alpha^2 - 4\alpha + 2\alpha - 8 - \alpha^2 + 2\alpha - 1 = -9.$

Μονάδες 30

ii. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $1002 \cdot 996 - 999^2$.

$1002 \cdot 996 - 999^2 = (1000 + 2) \cdot (1000 - 4) - (1000 - 1)^2 = -9$, από το i, αν $\alpha = 1000$.

Μονάδες 10

B2. Να αποδείξετε ότι ο ισχυρισμός:

“για κάθε πραγματικό αριθμό α , με $\alpha < 3$ ισχύει $\alpha^2 < 9$ ”,
 δεν είναι αληθής.

Δεν είναι αληθής, αφού αν $\alpha = -4$, τότε $\alpha < 3$ και $\alpha^2 = (-4)^2 = 16 > 9$.

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία!