

Μονότονες Συναρτήσεις-Αντίστροφη Συνάρτηση

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α**A1.** Πότε μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1 – 1;.....
.....

Μονάδες 10

A2. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ παρουσιάζει στο x_0 ολικό μέγιστο το $f(x_0)$;.....
.....

Μονάδες 10

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;.....
.....

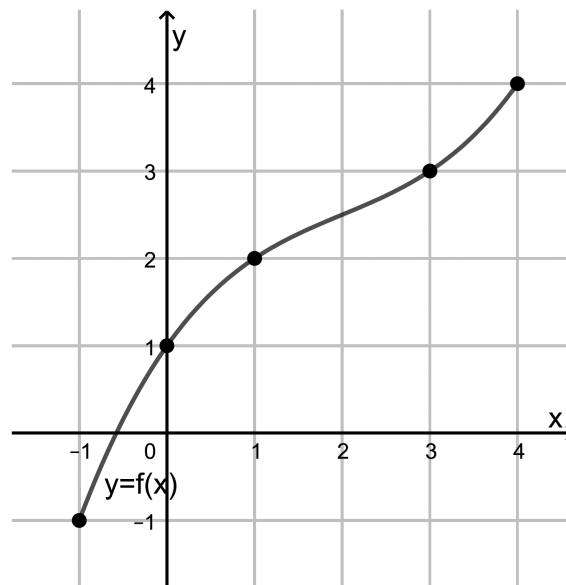
Μονάδες 10

A4. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ με $x \in \mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.
- ii. Αν μια συνάρτηση f είναι 1 – 1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής της παράστασης με την ίδια τεταγμένη.
- iii. Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1 – 1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.
- iv. Μια συνάρτηση f είναι 1 – 1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
- v. Αν $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μια 1 – 1 συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y'$.
- vi. Αν η συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1 – 1 και f^{-1} είναι η αντίστροφη της, τότε ισχύει: $f(f^{-1}(x)) = x$, για κάθε $x \in A$.
- vii. Αν μια συνάρτηση f δεν αντιστρέφεται σε ένα διάστημα Δ , τότε η f δεν είναι γνησίως μονότονη στο Δ .
- viii. Η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2x$, $x \in \mathbb{R}$, είναι αντιστρέψιμη.

Μονάδες 24

ΘΕΜΑ Β Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το $A = [-1, 4]$ και με γραφική παράσταση C_f που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.
Μελετώντας την C_f :



B1. Να δικαιολογήσετε ότι ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} της f .

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 16

B2. Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με την $y = x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 20

B3. Στο παραπάνω σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f^{-1} .

Μονάδες 10

“Η αυστηρότητα για τα Μαθηματικά είναι ό,τι το ήθος για τον άνθρωπο”
André Weil, 1906 - 1998, Γάλλος μαθηματικός.