

Μη Πεπερασμένο Όριο στο $x_0 \in \mathbb{R}$
Όριο Συνάρτησης στο Άπειρο
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

- i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 1}{x} = \dots\dots\dots$
- ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu}} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.
- iii. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2\nu} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.
- iv. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^\nu} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.
- v. Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$
- vi. Αν $\alpha > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$
- vii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = \dots\dots\dots$

Μονάδες 20

A2. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .
- ii. Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = 0$.
- iii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.
- iv. Για κάθε συνάρτηση f , με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, ισχύει ότι:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty \quad \text{ή} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty.$$

- v. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu+1}} = +\infty$, για κάθε $\nu \in \mathbb{N}$.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια :

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x^3 + 2| - x^3 + x^2}{x^3 - 2x + 9}$

.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 7

iv. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x}$

.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 7

ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{x - 1}$

.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 7

v. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\eta\mu x}{x}$

.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 6

iii. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \eta\mu\left(\frac{1}{x}\right)$

.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 6

vi. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - x \right)$

.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 7

B2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$.

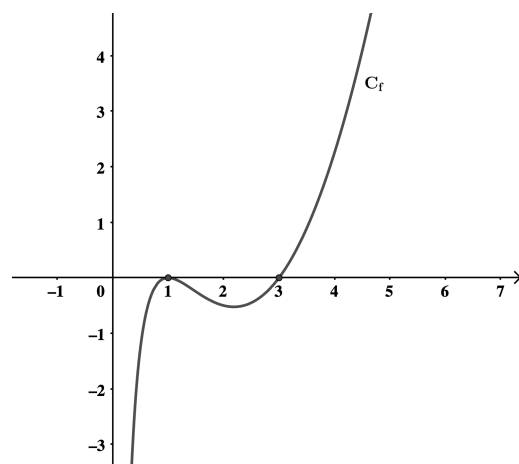
Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια :

i. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots$

ii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = \dots$
(να αιτιολογήσετε την απάντησή σας)

iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)} = \dots$
(να αιτιολογήσετε την απάντησή σας)

iv. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{f(x)} = \dots$
(να αιτιολογήσετε την απάντησή σας)



Μονάδες 20

Σας εύχομαι επιτυχία !

“Τα Μαθηματικά γεννήθηκαν, δεν κατασκευάστηκαν.”

Henri Poincare, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.