

Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου**Διαγώνισμα Α' Τετραμήνου**

Ενότητες 1.4-1.5

Συντεταγμένες Διανύσματος-Εσωτερικό Γινόμενο

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ αντίρροπα, τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$.

ii. Αν λ_1 και λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των κάθετων διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αντίστοιχα, τότε ισχύει ότι $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 0$.

iii. Αν $A(-1, 3)$ και $B(1, 1)$, τότε το σημείο $M(0, 2)$ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB .

iv. Αν το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς 1, τότε $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1$

Μονάδες 8

A2. Αν λ_1 και λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2.$$

Μονάδες 22

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα :

$$\vec{\alpha} = (\lambda, \lambda - 5) \quad \text{και} \quad \vec{\beta} = (\lambda - 3, 6), \quad \text{με } \lambda \in \mathbb{R},$$

για τα οποία ισχύει ότι

$$|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = \sqrt{5}.$$

B1. Να αποδείξετε ότι $\lambda = 1$.

Μονάδες 10

B2. Αν $\vec{\gamma} = 4\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$, να αποδείξετε ότι $\vec{\gamma} = (-2, 2)$ και να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ με τον άξονα x' .

Μονάδες 15

B3. Αν $\vec{\delta} = (\kappa, \kappa + 2)$, $\kappa \in \mathbb{R}$, να βρείτε τον πραγματικό αριθμό κ ώστε το διάνυσμα $\vec{\delta}$ να είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\vec{\gamma} = (-2, 2)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία

$$A(-2, 0), \quad B(2, 0) \quad \text{και} \quad \Gamma(4, 5).$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ ορίζουν τρίγωνο.

Μονάδες 15

Γ2. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι αμβλυγώνιο.

Μονάδες 10

Γ3. Να βρείτε σημείο Δ του άξονα x' τέτοιο ώστε το διάνυσμα $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ να είναι κάθετο στο διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$.

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία!

*“Μην καταδέχεσαι να ρωτάς:
Θα νικήσουμε; Θα νικηθούμε;
Πολέμα!”*

Νίκος Καζαντζάκης, 1883 – 1957, Έλληνας συγγραφέας.