

Το Θέμα της Εβδομάδας

Συνέχεια Συνάρτησης

Εφαπτομένη C_f - Ρυθμός Μεταβολής

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Θέμα 14ο. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3$.

- (α) Να αποδείξετε ότι από το σημείο $N(-2, f(-2))$ διέρχονται δύο ακριβώς εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της f και να βρείτε τις εξισώσεις τους.
- (β) Έστω $(\epsilon) : y = 3x - 2$ η μία από τις δύο εφαπτομένες του ερωτήματος (α). Έστω ακόμα (ζ) ευθεία η οποία είναι παράλληλη στην (ϵ) και διέρχεται από το σημείο $M(0, \alpha)$ με $-2 < \alpha < 2$. Να αποδείξετε ότι ανάμεσα στις ευθείες $x = -1$ και $x = 1$ υπάρχει ένα τουλάχιστον σημείο τομής της (ζ) με τη γραφική παράσταση της f .
- (γ) Ένα υλικό σημείο $M(x, x^3)$ κινείται κατά μήκος της καμπύλης $y = x^3$ με ρυθμό μεταβολής της τετμημένης του $x'(t) > 0$. Το σημείο M ξεκινά από το σημείο $N(-2, -8)$ και καταλήγει στην αρχή των αξόνων O . Σε ποιο σημείο της καμπύλης ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του σημείου M είναι τριπλάσιος του ρυθμού μεταβολής της τεταγμένης του;



Η λύση του θέματος