

Εξισώσεις 2ου Βαθμού**Τύποι του Vieta**

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ

Δίνεται η εξίσωση δευτέρου βαθμού

$$x^2 - 2x - 1 = 0.$$

(α') Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1 και x_2 .

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 4 + 4 = 8 > 0,$$

άρα η εξίσωση έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

(β') Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

i. $x_1 + x_2$

ii. $x_1 \cdot x_2$

iii. $x_1^2 + x_2^2$.

i. $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-2}{1} = 2.$

ii. $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{-1}{1} = -1.$

iii. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2^2 - 2(-1) = 4 + 2 = 6..$

Μονάδες 30

(γ') Να βρείτε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς:

$$x_1 = 1 - \sqrt{2} \quad \text{και} \quad x_2 = 1 + \sqrt{2}.$$

$$x_1 + x_2 = 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} = 2.$$

$$x_1 \cdot x_2 = (1 - \sqrt{2}) \cdot (1 + \sqrt{2}) = 1^2 - (\sqrt{2})^2 = 1 - 2 = -1.$$

Άρα, η ζητούμενη εξίσωση: $x^2 - 2x - 1 = 0.$

Μονάδες 30

Σας εύχομαι επιτυχία!