

Θεώρημα του Rolle
Θεώρημα Μέσης Τιμής
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 40

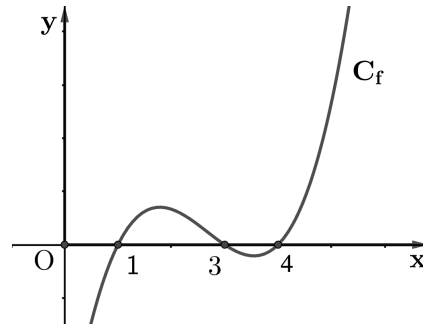
- A2.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).
- i. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (α, β) , ισχύει ότι υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $A(\xi, f(\xi))$ να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.
 - ii. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) με $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε $f(\alpha) \neq f(\beta)$.
 - iii. Αν η συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση στο $\mathbb{R}$ και $f''(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ δύο ρίζες.
 - iv. Δεν υπάρχει συνάρτηση f η οποία είναι 1-1 και τέτοια, ώστε να ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του θεωρήματος Rolle σε κάποιο διάστημα $[\alpha, \beta]$ του πεδίου ορισμού της.

- v. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$, παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) με $f(\alpha) < f(\beta)$, τότε υπάρχει εφαπτομένη της C_f που έχει θετική κλίση.

Μονάδες 25

OEMA B

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:



Η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει δύο, τουλάχιστον, πραγματικές ρίζες.

- B1.** Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό, γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

.....

.....

Μονάδες 5

- B2.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα.

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Μονάδες 30

Σας εύχομαι επιτυχία!