

Άθροισμα Γωνιών Τριγώνου

Γωνίες με Πλευρές Κάθετες

Άθροισμα Γωνιών Κυρτού ν-γώνου

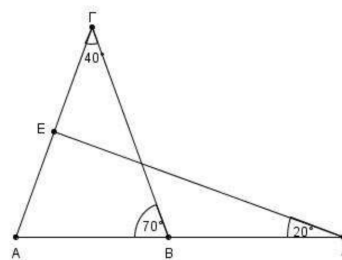
10ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

1. Στο διπλανό σχήμα, να αποδείξετε ότι:

(α) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές,

(β) η γωνία $\widehat{A\hat{E}\Delta}$ είναι ορθή.



2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και $\widehat{A} = 40^\circ$. Στην προέκταση της ΓB (προς το B) παίρνουμε τμήμα $B\Delta$ τέτοιο, ώστε $B\Delta = AB$. Να υπολογίσετε:

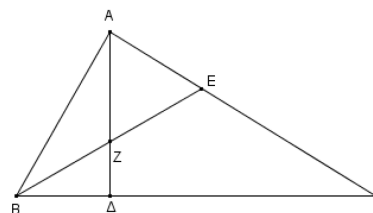
(α) τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$,

(β) τη γωνία $\widehat{\Delta\hat{A}\Gamma}$.

3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν $\widehat{A} + \widehat{\Gamma} = 2\widehat{B}$ και $\widehat{A} = 3\widehat{\Gamma}$.

(α) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\widehat{B}$ είναι 60° .

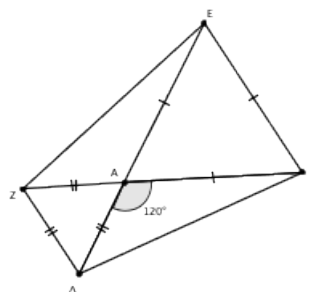
(β) Αν το ύψος $A\Delta$ και η διχοτόμος του BE τέμνονται στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AZE είναι ισόπλευρο.



4. Έστω τρίγωνο $AB\Delta$ με $\widehat{A} = 120^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα AEB και $AZ\Delta$. Να αποδείξετε ότι:

(α) Τα τρίγωνα AEZ και $AB\Delta$ είναι ίσα,

(β) Το τμήμα ΔZ είναι παράλληλο στο BE .



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ η διχοτόμος του. Από το σημείο Δ φέρουμε την παράλληλη προς την AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .

Θεωρ. σελ.88

Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι δύο ορθές.

Πορ. σελ.89

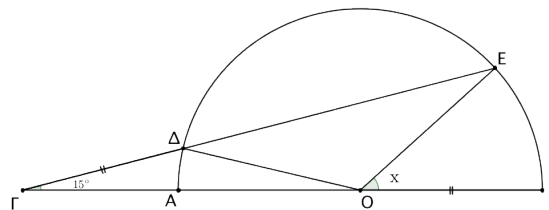
Κάθε γωνία ισόπλευρου τριγώνου είναι 60° .

Πορ. σελ.89

Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.

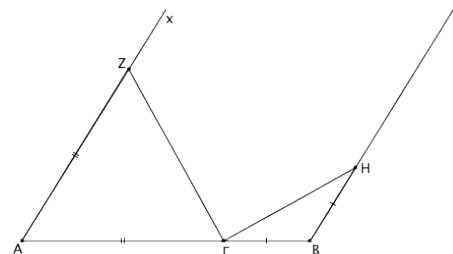
- (α') Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $E\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
 (β') Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{A\Delta E}$.
 (γ') Αν η γωνία $\widehat{B}$ είναι 20 μοίρες μεγαλύτερη της γωνίας $\widehat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τη γωνία $E\Delta\Gamma$.

6. Στο ημικύκλιο διαμέτρου AB και κέντρου O προεκτείνουμε την AB προς το μέρος του A και παίρνουμε ένα σημείο Γ . Θεωρούμε E ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω Δ το σημείο τομής του τμήματος ΓE με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα $\Gamma\Delta$ είναι ίσο με το OB και η γωνία $B\widehat{\Gamma E}$ είναι 15° , τότε:



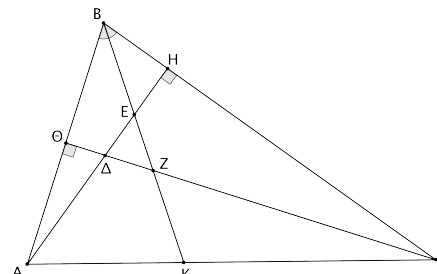
- (α') να αποδείξετε ότι $O\widehat{\Delta E} = 30^\circ$,
 (β') να υπολογίσετε τη γωνία $E\widehat{O B} = x$.

7. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες Ax και By είναι παράλληλες. Επίσης, ισχύουν: $AG = AZ$, $GB = BH$ και $\widehat{A} = 50^\circ$.



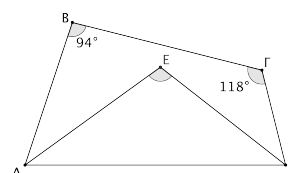
- (α') Να υπολογίσετε τις γωνίες $A\widehat{Z\Gamma}$ και $H\widehat{\Gamma B}$.
 (β') Να αποδείξετε ότι $Z\widehat{\Gamma H} = 90^\circ$.

8. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ τα ύψη AH και $\Gamma\Theta$ τέμνονται στο σημείο Δ και η διχοτόμος BK τέμνει τα δύο ύψη στα σημεία E και Z .



- (α') Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $EZ\Delta$ είναι ισοσκελές.
 (β') Αν $\widehat{B} = 60^\circ$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $EZ\Delta$ είναι ισόπλευρο.

9. Οι διχοτόμοι των γωνιών $\widehat{A}$ και $\widehat{\Delta}$ του κυρτού τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται στο σημείο E . Αν $\widehat{B} = 94^\circ$ και $\widehat{\Gamma} = 118^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $A\widehat{E\Delta}$.



“Ο μαθηματικός, όπως ένας ζωγράφος ή ένας ποιητής, είναι ένας σχεδιαστής. Αν τα έργα που σχεδιάζει είναι διαχρονικότερα από εκείνων, αυτό οφείλεται στο ότι είναι φτιαγμένα από ιδέες”.

Hardy, Godfrey Harold, 1877 – 1947, Άγγλος μαθηματικός.

Πορ. σελ.89

Οι οξείες γωνίες ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.

Σημείωση

Το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού ν-γώνου είναι $(2\nu - 4)$ ορθές.

Θεωρ.-Πορ. σελ.89

Γωνίες με πλευρές κάθετες, είναι: ίσες αν και οι δύο είναι οξείες ή και οι δύο είναι αμβλείες και είναι παραπληρωματικές αν η μία είναι αμβλεία και η άλλη οξεία.