

Συνέπειες του Θεωρήματος της Μέσης Τιμής

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω μία συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ . Αν ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ .

[illegible]

Μονάδες 40

- A2.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής, γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ , ισχύει ότι $f'(x) > 0$ για κάθε x στο εσωτερικό του Δ .
- ii. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = g'(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- iii. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ με $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$, ισχύει ότι η f είναι σταθερή στο $\mathbb{R}^*$.
- iv. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε υπάρχει $c \in \mathbb{R}$ τέτοιο, ώστε $f(x) = ce^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

ii. Για όλες τις συναρτήσεις f, g οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = g'(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

iii. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}^*$ με $f'(x) = 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$, ισχύει ότι η f είναι σταθερή στο $\mathbb{R}^*$.

iv. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε υπάρχει $c \in \mathbb{R}$ τέτοιο, ώστε $f(x) = ce^x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + 3x + 2$, $x > 0$.

B1. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 15

B2.

i. Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 15

ii. Να αιτιολογήσετε γιατί η εξίσωση $f(x) + 2023 = 0$ έχει μοναδική θετική λύση.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία !

“ Αν στις άληθες επιστήμες θέλουμε να καταλήγουμε σε βεβαιότητα χωρίς αμφιβολία, σε αλήθεια χωρίς σφάλμα, πρέπει να θέσουμε τα θεμέλια της γνώσης στα Μαθηματικά. ”

Bacon, Roger, 1214-1292 , Άγγλος φιλόσοφος.