

Το Θέμα της Εβδομάδας

Συνέχεια-Συνέπειες του Θ.Μ.Τ

Τοπικά ακρότατα-Κανόνες De l' Hospital

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Θέμα 19ο. Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει τις κορυφές Α και Δ πάνω στον άξονα x' και τις κορυφές Β και Γ πάνω στις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = e^x$, $x < 1$ και $g(x) = \frac{e}{x}$, $x > 1$, αντίστοιχα. Έστω $A(\alpha, 0)$ με $\alpha < 1$.

(α) Να αποδείξετε ότι:

i. η τετμημένη της κορυφής Δ είναι

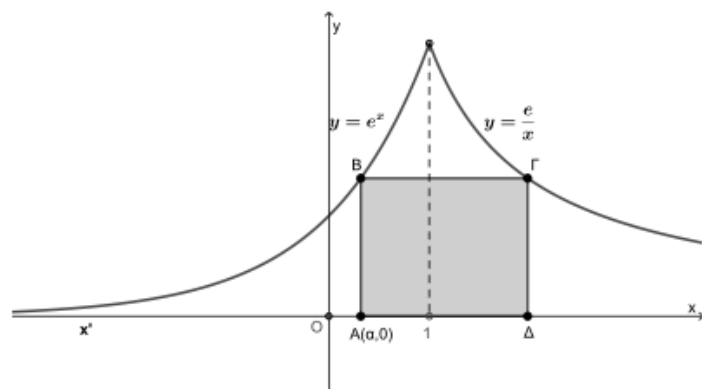
$$x_{\Delta} = e^{1-\alpha},$$

ii. το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι

$$E(\alpha) = e - \alpha e^{\alpha}, \quad \alpha < 1.$$

(β) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του εμβαδού του ορθογωνίου ΑΒΓΔ.

(γ) Να εξετάσετε αν υπάρχουν και πόσες τιμές του α , για τις οποίες το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ γίνεται ίσο με 1.



Η λύση του θέματος