

# Άλγεβρα Α' Λυκείου

## Γεωμετρική Πρόοδος

### 13ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

1. Ποιες από τις παρακάτω ακολουθίες αριθμών είναι γεωμετρικές πρόοδοι;

(α) 3, 6, 12, 24, ...

(γ) -3, 9, -27, 81, ...

(β) 2, 4, 8, 16, ...

(δ)  $\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος  $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots$

(α) Στην παραπάνω γεωμετρική πρόοδο να υπολογίσετε τον λόγο λ.

.....

.....

(β) Να βρείτε τον 7<sup>ο</sup> όρο της παραπάνω γεωμετρικής προόδου.

.....

.....

.....

(γ) Να βρείτε τον ν<sup>ο</sup> όρο της παραπάνω γεωμετρικής προόδου.

.....

.....

.....

**Ορισμός**

Μία ακολουθία λέγεται γεωμετρική πρόοδος, αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενό του με πολλαπλασιασμό επί τον ίδιο πάντοτε μη μηδενικό αριθμό.

**Σημείωση**

$\alpha_{\nu+1} = \alpha_{\nu} \cdot \lambda$   
 Ο λόγος λ μιας γεωμετρικής προόδου είναι:  
 $\lambda = \frac{\alpha_{\nu+1}}{\alpha_{\nu}}$

**Σημείωση**

Ο ν-οστός όρος γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο  $\alpha_1$ , είναι  $\alpha_{\nu} = \alpha_1 \cdot \lambda^{\nu-1}$ .

3. Σε γεωμετρική πρόοδο  $(\alpha_\nu)$  με θετικό λόγο, ισχύει:  $\alpha_3 = 1$  και  $\alpha_5 = 4$ .

(α) Να βρείτε το λόγο της προόδου και τον πρώτο όρο της.

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

(β) Να αποδείξετε ότι ο  $\nu$ -οστός όρος της προόδου είναι:  $\alpha_\nu = 2^{\nu-3}$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

4. (α) Να βρείτε, για ποιες τιμές του  $x$ , οι αριθμοί  $x + 4, 2 - x, 6 - x$  με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

.....  
 .....  
 .....  
 .....

(β) Αν  $x = 5$  και ο  $6 - x$  είναι ο τέταρτος όρος της παραπάνω γεωμετρικής προόδου, να βρείτε:

i. το λόγο  $\lambda$  της γεωμετρικής προόδου.

.....  
 .....  
 .....

ii. τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  της γεωμετρικής προόδου.

.....  
 .....  
 .....

5. Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου  $\frac{1}{2}, 1, 2, \dots$

.....  
 .....  
 .....

*“Τα Μαθηματικά είναι η πιο όμορφη και η πιο δυνατή δημιουργία του ανθρώπινου πνεύματος”.*

Banach, Stefan, 1892 – 1945, Πολωνός μαθηματικός.

Σημείωση

Τρεις αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει  $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$ .

Σημείωση

Το άθροισμα των  $\nu$  πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου  $(\alpha_\nu)$  με λόγο  $\lambda \neq 1$  είναι  $S_\nu = \alpha_1 \frac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}$ .