

Άλγεβρα Α' Λυκείου
Διαγώνισμα Β' Τετραμήνου

Αριθμητική και Γεωμετρική Πρόοδος

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος;

Μονάδες 10

A2. Πότε μια ακολουθία λέγεται γεωμετρική πρόοδος;

Μονάδες 10

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Οι αριθμοί 2, 6, 12, με την σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- Η ακολουθία (α_n) είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά ω , αν και μόνο αν ισχύει $\alpha_{n+1} = \alpha_n + \omega$.
- Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ , με την σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$.
- Οι αριθμοί 2, 6, 10, με την σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (α_ν) , $\nu \in \mathbb{N}^*$, με θετικό λόγο λ για την οποία ισχύει:

$$\alpha_5 = 4 \quad \text{και} \quad \alpha_7 = 16.$$

- B1.** Να αποδείξετε ότι ο λόγος της γεωμετρικής προόδου είναι $\lambda = 2$ και ο πρώτος όρο της είναι $\alpha_1 = \frac{1}{4}$.

Μονάδες 10

- B2.** Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου (α_ν) .

Μονάδες 10

- B3.** Να αποδείξετε ότι ο ν -οστός όρος της είναι $\alpha_\nu = 2^{\nu-3}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται μια αριθμητική πρόοδος (α_ν) , $\nu \in \mathbb{N}^*$, της οποίας οι τρεις πρώτοι όροι είναι:

$$\alpha_1 = x, \quad \alpha_2 = 2x^2 - 3x - 4, \quad \alpha_3 = x^2 - 2, \quad \text{με } x \text{ ακέραιο αριθμό.}$$

- Γ1.** Να αποδείξετε ότι $x = 3$.

Μονάδες 10

- Γ2.** Να βρείτε τον ν -οστό όρο της αριθμητικής προόδου και να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει όρος της που να είναι ίσος με 2014.

Μονάδες 10

- Γ3.** Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8 + \dots + \alpha_{15}$.

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία!

“Τα Μαθηματικά είναι η πιο όμορφη και η πιο δυνατή δημιουργία του ανθρώπινου πνεύματος”.

Banach, Stefan, 1892 – 1945, Πολωνός μαθηματικός.