

Γραφική Παράσταση Συνάρτησης

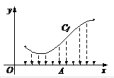
15ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

1. Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

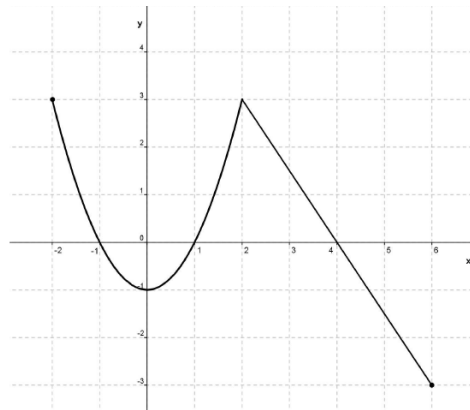
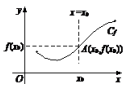
Σημείωση

Το πεδίο ορισμού της f είναι το σύνολο A_f των τετμημένων των σημείων της C_f .



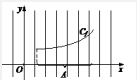
Σημείωση

Η τιμή της f στο x_0 είναι η τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας $x = x_0$ και της C_f .



Σημείωση

Κάθε κα-
τακόρυφη
ευθεία τέμνει
τη γραφική
παράσταση της
 f το πολύ σε
ένα σημείο.
Αυτό συμβαίνει
διότι για κάθε
 $x \in A_f$ αντι-
στοιχίζεται ένα
ακριβώς $y \in \mathbb{R}$



- (α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

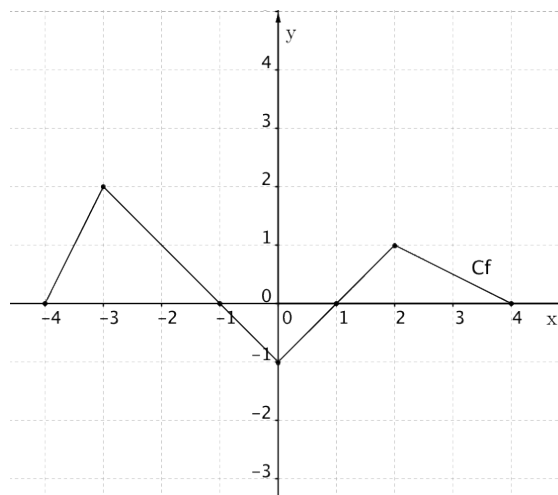
- (β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-2	-1		2	
$f(x)$			-1		-3

- (γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες.

- (δ) Να προσδιορίσετε τα διαστήματα του πεδίου ορισμού στα οποία η συνάρτηση παίρνει αρνητικές τιμές.

2. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f .



(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .

(γ) Να βρείτε τις τιμές:

$$f(-3), f\left(-\frac{5}{2}\right), f(0) \text{ και } f(1).$$

(δ) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$f(x) = 0, f(x) = 1 \text{ και } f(x) = -2.$$

(ε) Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$f(x) > 0 \text{ και } f(x) > 1.$$

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .

(β) Ανήκει το σημείο $M(1, 3)$ στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f ;

(γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$g(x) = x - 9 \text{ και } f(x) = x^2 - 4x + \alpha, \alpha \in \mathbb{R}.$$

(α) Αν το σημείο $M(1, -8)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , να υπολογίσετε την τιμή του α .

(β) Αν $\alpha = -5$, να βρείτε:

- τα κοινά σημεία της C_f με τους άξονες,
- τα κοινά σημεία των C_f και C_g ,
- τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από την C_g .

5. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ και $g(x) = |x - 1| + 2$, με $x \in \mathbb{R}$.

(α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

(β) Να δείξετε ότι, για κάθε τιμή του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης g βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

(γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

“Τα Μαθηματικά είναι ίσως η πιο σημαντική όψη του πολιτισμού μας.”

Kline, Morris, 1908 - 1992, Αμερικανός μαθηματικός.

Σημείωση

Το σύνολο τιμών της f είναι το σύνολο των τετμημένων των σημείων της C_f .



Σημείωση

Οι λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$, με $x \in A_f$, είναι οι τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Σημείωση

Το σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f αν και μόνο αν $f(\alpha) = \beta$. Δηλαδή, $M(\alpha, \beta) \in C_f \Leftrightarrow f(\alpha) = \beta$.



Σημείωση

Οι λύσεις της ανίσωσης $f(x) > g(x)$, με $x \in A_f \cap A_g$, είναι οι τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από τη C_g .

Σημείωση

Οι τετμημένες των σημείων τομής της C_f με τον άξονα $x'x$ είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$, με $x \in A_f$. Αν $0 \in A_f$, τότε η τετμημένη του σημείου τομής της C_f με τον $y'y$ είναι η τιμή $f(0)$.

Σημείωση

Οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, με $x \in A_f \cap A_g$, είναι οι τετμημένες των σημείων τομής της C_f με την C_g .