

Επαναληπτικές Ασκήσεις

16ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Αγαπητά μου παιδιά, οι παρακάτω ασκήσεις έχουν ως στόχο να αποτελέσουν μια αφορμή για επανάληψη των εννοιών που έχετε διαδαχθεί μέχρι σήμερα.

Κάποιες από τις παρακάτω ασκήσεις είναι θέματα-ερωτήματα από την "Τράπεζα Θεμάτων" του ΙΕΠ.

Να προσπαθήσετε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τις σημειώσεις των τετραδίων σας. Καλή δύναμη!

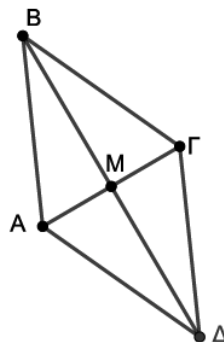
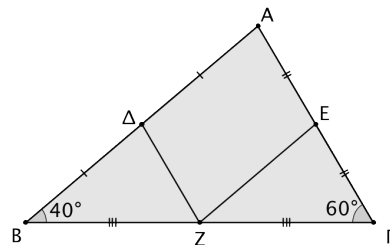
Ερωτήσεις Σωστού-Λάθους

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (α) Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.
- (β) Οι διαγώνιοι του ορθογώνιου τέμνονται κάθετα.
- (γ) Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα.
- (δ) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι μεταξύ τους ίσα.
- (ε) Ο φορέας της κοινής χορδής δύο τεμνόμενων και άνισων κύκλων είναι μεσοκάθετος της διακέντρου.
- (ς) Αν οι διαγώνιοι ενός ρόμβου είναι ίσες, τότε ο ρόμβος είναι τετράγωνο.
- (ζ) Δύο κύκλοι (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) εφάπτονται εσωτερικά αν $K\Lambda = \rho_1 + \rho_2$.
- (η) Αν ένα παραλληλογράμμο έχει ίσες διαγωνίους τότε είναι ορθογώνιο.
- (θ) Το άθροισμα των γωνιών ενός ν -γώνου είναι $(2\nu + 4)$ ορθές.
- (ι) Κάθε τετράπλευρο που οι διαγώνιοί του διχοτομούνται είναι παραλληλόγραμμο.
- (ια) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα.
- (ιβ) Το σημείο τομής των μεσοκαθέτων ενός τριγώνου ονομάζεται περίκεντρο.
- (ιγ) Ένα ισοσκελές τρίγωνο με μία του γωνία 60° είναι ισόπλευρο.
- (ιδ) Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 4 ορθές.
- (ιε) Η διάμεσος ΒΜ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με $AB = AG$ είναι και ύψος.
- (ις) Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία είναι πάντα ίσα.
- (ιζ) Δύο γωνίες που οι πλευρές τους είναι παράλληλες μία προς μία είναι πάντα ίσες.
- (ιη) Κάθε πλευρά τριγώνου είναι διπλάσια από το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο άλλων πλευρών.
- (ιθ) Αν Θ είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου ΑΒΓ και Ε το μέσο της πλευράς ΑΓ, τότε $B\Theta = 2\Theta E$.

Ασκήσεις

1. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2A\Delta$ και $\hat{A} = 2\hat{\Delta}$.
 - (α) Να υπολογιστούν οι γωνίες του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
 - (β) Αν η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}$ τέμνει την AB στο σημείο E , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.
 - (γ) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{\Delta E\Gamma}$ είναι ορθή.
2. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$. Φέρνουμε το ύψος του $A\Delta$ και το προεκτείνουμε προς το μέρος του Δ κατά τμήμα $\Delta E = A\Delta$.
 - (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές.
 - (β) Αν M είναι το μέσο του BE , να αποδείξετε ότι $M\Delta = \frac{AB}{2}$.
 - (γ) Αν Λ είναι το μέσο του AB , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Lambda\Delta MB$ είναι ρόμβος.
3. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E το μέσο της $B\Gamma$. Έστω ότι η προέκταση της ΔE τέμνει την προέκταση της AB στο σημείο Z .
 - (α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta E\Gamma$ και BEZ είναι ίσα.
 - (β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta BZ\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο.
 - (γ) Να αποδείξετε ότι $AZ = 2\Delta\Gamma$.
4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 40^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Επίσης, τα σημεία Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.
 - (α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
 - (β) Να αποδείξετε ότι $\Delta Z \parallel A\Gamma$ και $ZE \parallel AB$.
 - (γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Delta ZE}$.
 - (δ) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $B\Delta Z$.
5. Στο παρακάτω σχήμα το M είναι μέσο των τμημάτων $A\Gamma$ και $B\Delta$. Επίσης, $\hat{A\hat{M}B} = \hat{\Gamma\hat{M}B}$.



6. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ προεκτείνουμε το ύψος $A\Delta$ και τη διάμεσο AM κατά τμήματα $\Delta E = A\Delta$ και $MN = AM$. Να αποδείξετε ότι:

- (α) $\Delta M \parallel EN$, (γ) το $ABN\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο,
(β) το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές, (δ) $BE = N\Gamma$.

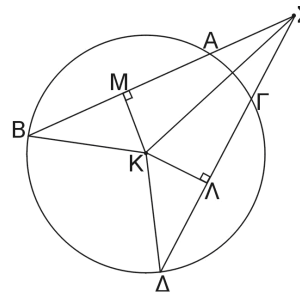
7. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και O είναι το κέντρο του. Έστω E, Z, H, Θ τα μέσα των OD, OA, OB και OG αντίστοιχα.

- (α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο.
(β) Αν η περίμετρος του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι 40, να βρείτε την περίμετρο του $EZH\Theta$.

8. Δίνεται κύκλος κέντρου K και ένα σημείο Σ στο εξωτερικό του. Από το Σ φέρνουμε δύο τέμνουσες ΣAB και $\Sigma\Gamma\Delta$ τέτοιες ώστε $\Sigma B = \Sigma\Delta$. Αν $KM \perp \Sigma B$ και $K\Lambda \perp \Sigma\Delta$ να αποδείξετε ότι:

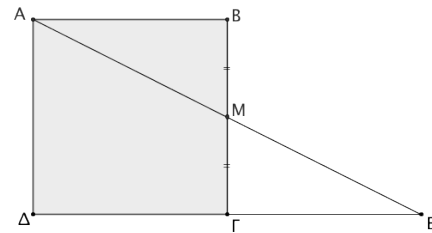
- (α) τα τρίγωνα ΣKB και $\Sigma K\Delta$ είναι ίσα και ΣK είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Sigma}$.

- (β) $KM = K\Lambda$ και $\Sigma A = \Sigma\Gamma$.



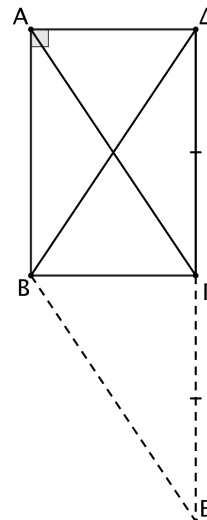
9. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και M το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Η AM τέμνει την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

- (α) $\Gamma\Delta = \Gamma E$,
(β) το τρίγωνο ΔBE είναι ορθογώνιο,
(γ) $B\Delta = BE$.



10. Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$. Προεκτείνουμε την πλευρά $\Delta\Gamma$ προς το μέρος του Γ κατά τμήμα $\Gamma E = \Delta\Gamma$.

- (α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Gamma EB$ είναι παραλληλόγραμμο.
(β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ισοσκελές.
(γ) Αν $\widehat{\Delta BE} = 120^\circ$, να αποδείξετε ότι $B\Delta = 2A\Delta$.



Καλό Πάσχα!

Εύχομαι το Άγιο Φως της Ανάστασης να φωτίσει τις ζωές σας και να σας χαρίσει υγεία, χαρά και ευτυχία!