

**Συναρτήσεις**  
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία  
 Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης  
 Ονοματεπώνυμο: .....  
 Βαθμός: .....

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε δύο συναρτήσεις  $f$  και  $g$  λέγονται ίσες;

.....  
 .....  
 .....

Μονάδες 15

**A2.** Έστω  $A \subseteq \mathbb{R}$ . Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το  $A$ ;

.....  
 .....  
 .....

Μονάδες 10

**A3.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή ( $\Sigma$ ) ή Λάθος ( $\Lambda$ ).

- i. Το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης  $f$  είναι το σύνολο  $B$  των τετμημένων των σημείων της γραφικής της παράστασης.
- ii. Αν  $f, g$  είναι δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις με πεδία ορισμού  $A$  και  $B$  αντίστοιχα, τότε το πεδίο ορισμού της  $\frac{f}{g}$  είναι το  $A \cap B$ .
- iii. Υπάρχει συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση έχει δύο τουλάχιστον σημεία με την ίδια τετμημένη.
- iv. Αν για δύο συναρτήσεις  $f, g$  ορίζονται οι σύνθετες συναρτήσεις  $f \circ g$  και  $g \circ f$ , τότε οι  $f \circ g$  και  $g \circ f$  δεν είναι υποχρεωτικά ίσες.
- v. Για κάθε συνάρτηση  $f$  οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $|f|$  είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x'$ .
- vi. Αν  $f, g$  είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού  $A, B$  αντίστοιχα, τότε η  $g \circ f$  ορίζεται αν  $f(A) \cap B \neq \emptyset$ .
- vii. Οι συναρτήσεις  $f(x) = \ln x^2$  και  $g(x) = 2 \ln x$  είναι ίσες.
- viii. Αν  $f, g, h$  είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η  $h \circ (g \circ f)$ , τότε ορίζεται και η  $(h \circ g) \circ f$  και ισχύει  $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$ .

Μονάδες 24

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \frac{1}{1 - e^x}$  και  $g(x) = \ln \frac{x}{x - 1}$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  είναι το  $\mathbb{R}^*$  και της  $g$  το διάστημα  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

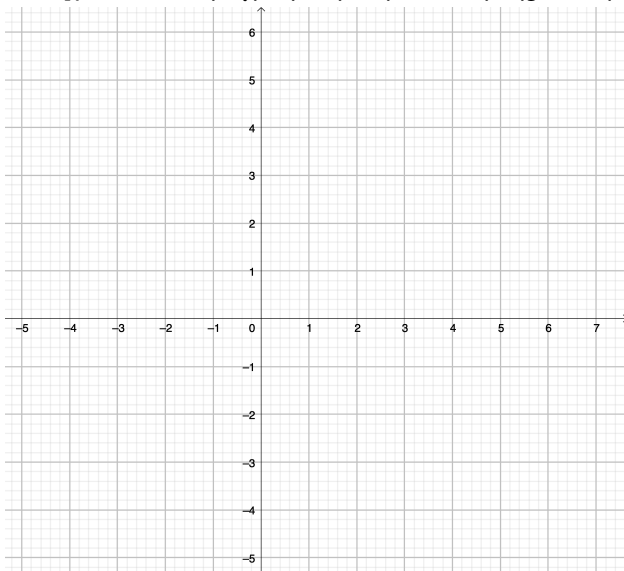
Μονάδες 20

**B2.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τον τύπο της συνάρτησης  $f \circ g$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Μονάδες 25

**B3.** Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f \circ g$ .



Μονάδες 06

*“Τα Μαθηματικά διαθέτουν ομορφιά και ρομαντισμό και δεν είναι ένας βαρετός τύπος για να βρísκεται κανείς. Ο μαθηματικός κόσμος είναι ένα εξαιρετικό μέρος. Αξίζει να ξοδέψετε χρόνο εκεί.”*

Marcus du Sautoy, 1965- , Άγγλος μαθηματικός.