

Μονότονες Συναρτήσεις-Αντίστροφη Συνάρτηση

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μία συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1 – 1;

.....

Μονάδες 15

A2. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο $A \subseteq \mathbb{R}$ παρουσιάζει στο x_0 ολικό ελάχιστο το $f(x_0)$;

.....

Μονάδες 10

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

.....

Μονάδες 10

A4. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, τότε η συνάρτηση f είναι κατ' ανάγκη γνησίως φθίνουσα στο Δ .
- ii. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in \mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.
- iii. Αν μια συνάρτηση f είναι 1 – 1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής της παράστασης με την ίδια τεταγμένη.
- iv. Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1 – 1, αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.
- v. Μια συνάρτηση f είναι 1 – 1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
- vi. Αν $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι μια 1 – 1 συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y'$.
- vii. Αν η συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1 – 1 και f^{-1} είναι η αντίστροφη της, τότε ισχύει: $f^{-1}(f(x)) = x$, για κάθε $x \in A$.
- viii. Αν μια συνάρτηση f είναι 1 – 1 και η C_f έχει ένα κοινό σημείο με την ευθεία $y = x$ τότε αυτό το σημείο κατ' ανάγκη θα ανήκει και στην $C_{f^{-1}}$.

Μονάδες 24

