

**Μη Πεπερασμένο Όριο στο $x_0 \in \mathbb{R}$
 Όριο Συνάρτησης στο Άπειρο**
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

- i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \dots\dots\dots$
- ii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots\dots\dots$
- iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{2\nu}} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.
- iv. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2\nu} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.
- v. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^\nu} = \dots\dots\dots$, όπου $\nu \in \mathbb{N}^*$.
- vi. Αν $0 < \alpha < 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$
- vii. Αν $\alpha > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = \dots\dots\dots$
- viii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = \dots\dots\dots$ και $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = \dots\dots\dots$

Μονάδες 33

A2. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = 0$.
- ii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0 .
- iii. Για κάθε συνάρτηση f , με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, ισχύει ότι:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty \quad \text{ή} \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty.$$

- iv. Αν $\nu \in \mathbb{N}$, ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^{2\nu}} = -\infty$.
- v. Ισχύει ότι: $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = -\infty$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια :

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x - 1| + x^2 - x + 1}{|x^2 - x| + x^3 - 2}$

.....

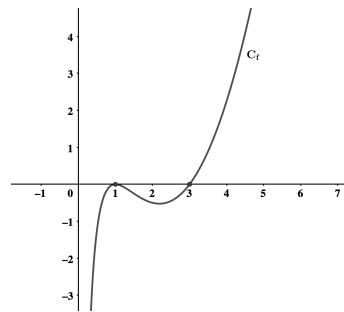
Μονάδες 08

ii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x + 1)$

.....

Μονάδες 08

B2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$.
 Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια :



i. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

.....

Μονάδες 08

iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{f(x)}$

.....

Μονάδες 08

ii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu f(x)}{x}$.

.....

Μονάδες 10

iv. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) \eta\mu \left(\frac{1}{f(x)} \right) \right)$

.....

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία!

“Τα Μαθηματικά γεννήθηκαν, δεν κατασκευάστηκαν.”

Henri Poincare, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.