Παραλληλόγραμμα

12ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

1. Δίνεται ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο με $\text{ΑΒ} = 2\text{ΑΔ}$. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας $\widehat{\Delta}$ του παραλληλογράμμου, η οποία τέμνει την ΑΒ στο Ε.

   (α΄) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

   (β΄) Είναι το σημείο Ε μέσο της πλευράς ΑΒ; Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

   (γ΄) Να αποδείξετε ότι η ΕΓ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{\Gamma}$ του παραλληλογράμμου.

   (δ΄) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\Delta\widehat{\text{Ε}}\Gamma$ είναι ορθή.

Ορισμός

Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.

Σημείωση

Ιδιότητες παραλληλογράμμου:
Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.
Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.
Οι διαγώνιοι του διχοτομούνται.
Δύο διαδοχικές του γωνίες είναι παραπληρωματικές.

2. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και η διαγώνιός του ΒΔ. Από τις κορυφές Α και Γ φέρουμε τις κάθετες ΑΕ και ΓΖ στη ΒΔ, που την τέμνουν στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

   (α΄) Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΓΒΖ είναι ίσα.

   (β΄) Το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

Σημείωση

Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο αν ισχύει ένα από τα παρακάτω:
- Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.
- Δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες
- Οι απέναντι γωνίες του ανά δύο είναι ίσες.
- Οι διαγώνιοι του διχοτομούνται.

3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της διαμέσου ΜΔ του τριγώνου ΑΜΓ θεωρούμε σημείο Ε ώστε $\text{ΜΔ} = \text{ΔΕ}$. Να αποδείξετε ότι:

   (α΄) Το τετράπλευρο ΑΜΓΕ είναι παραλληλόγραμμο.

   (β΄) Η ΒΕ διέρχεται από το μέσο της διαμέσου ΑΜ.

Τα Μαθηματικά είναι η βασίλισσα των επιστημών.
Gauss, Johann Carl Friedrich, $1777 - 1855$, Γερμανός μαθηματικός.