Διανύσματα

1ο φύλλο εργασίας

Έννοια, πρόσθεση και αφαίρεση

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο: ..... Τμήμα: ..... Ημερομηνία: .....

Στόχοι Να σχεδιάζω και να συγκρίνω διανύσματα και να βρίσκω τη γωνία τους. Να κατασκευάζω αθροίσματα και διαφορές και να χρησιμοποιώ οποιοδήποτε σημείο αναφοράς. Να συνδέω διανυσματικές ισότητες με σχήματα και γεωμετρικά συμπεράσματα.

Οι σύντομες απαντήσεις γράφονται εδώ. Οι εκτενείς λύσεις και αιτιολογήσεις γράφονται στο τετράδιο.

Σχεδίαση και σύγκριση

Άσκηση 1

Να σχεδιάσετε σε κάθε κελί ένα ζεύγος **μη μηδενικών** διανυσμάτων με τις ιδιότητες που αναγράφονται.

	Διαφορετικοί παράλληλοι φορείς	Ίδιος φορέας
Ομόρροπα	Ίσα μέτρα	Διαφορετικά μέτρα
Αντίρροπα	Διαφορετικά μέτρα	Ίσα μέτρα

Σε ποιο κελί σχεδιάσατε **ίσα** διανύσματα και σε ποιο **αντίθετα**;
Ονομάστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και γράψτε τις σχέσεις στα δύο κελιά.

Ίσα διανύσματα και ίσα μέτρα

Άσκηση 2

Γράψτε Σ ή Λ. Αιτιολογήστε προφορικά τις σωστές προτάσεις και δώστε ένα σχήμα στο τετράδιο για κάθε λανθασμένη. Τα Α και Β είναι διαφορετικά σημεία.

α) Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$, τότε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$. .....

β) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν ίσα μέτρα. .....

γ) Δύο αντίρροπα διανύσματα είναι πάντοτε αντίθετα. .....

δ) Αν $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{MB}|$, τότε το Μ είναι το μέσο του ΑΒ. .....

ε) Αν $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, τότε το Μ είναι το μέσο του ΑΒ. .....

Προσέχω Το μέτρο ενός διανύσματος είναι αριθμός. Ίσα μέτρα δεν σημαίνει πάντοτε ίσα διανύσματα.

Γωνία διανυσμάτων

Άσκηση 3

Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $\widehat{A} = 80°$. Να υπολογίσετε τις γωνίες:



α) $(\overrightarrow{ΓΒ}, \overrightarrow{ΓΔ}) =$ ..... **β)** $(\overrightarrow{ΒΑ}, \overrightarrow{ΒΓ}) =$ .....

γ) $(\overrightarrow{ΒΓ}, \overrightarrow{ΔΑ}) =$ ..... **δ)** $(\overrightarrow{ΒΑ}, \overrightarrow{ΓΔ}) =$ .....

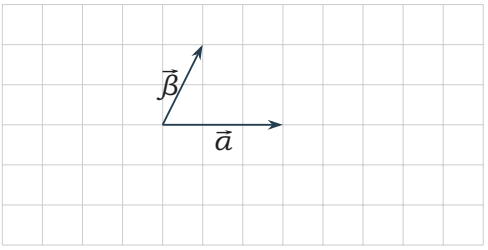
Νικόλαος Δ. Κατσίπης
www.nikolaoskatsipis.gr

Κατασκευή αθροίσματος και διαφοράς

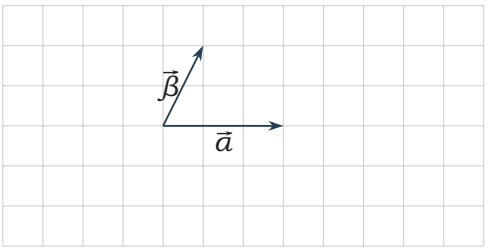
Άσκηση 4

Σχεδιάστε τα ζητούμενα διανύσματα στα πλέγματα. Στο β) σχεδιάστε πρώτα το $-\vec{\beta}$.

α) $\vec{a}+\vec{\beta}$



β) $\vec{a}-\vec{\beta}$



Διαδοχικά διανύσματα Σημείο αναφοράς

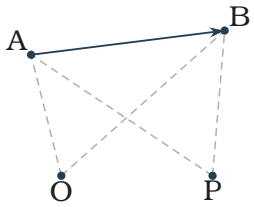
Άσκηση 5

Τα Ο και Ρ είναι δύο οποιαδήποτε σημεία αναφοράς. Συμπληρώστε και σημειώστε στο σχήμα τα βέλη που χρειάζεστε.

α) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=$ .....

β) $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=$ .....

γ) $\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}=$ .....



Αλλάζει το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ όταν αλλάζει το σημείο αναφοράς; .....

Πράξεις σε παραλληλόγραμμο

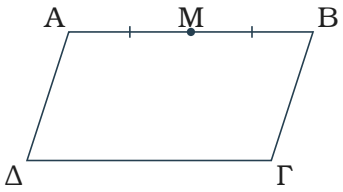
Άσκηση 6

Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ το Μ είναι το μέσο του ΑΒ. Συμπληρώστε με ένα διάνυσμα του σχήματος και αιτιολογήστε μία απάντηση στο τετράδιο.

α) $\overrightarrow{\Delta A}+\overrightarrow{\Delta\Gamma}=$ .....

β) $\overrightarrow{\Delta\Gamma}-\overrightarrow{\Delta A}=$ .....

γ) $\overrightarrow{\Gamma B}+\overrightarrow{MB}=$ .....



Άθροισμα αντίθετων διανυσμάτων

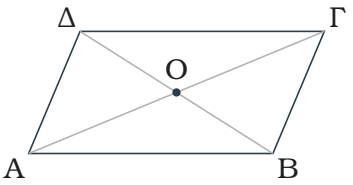
Άσκηση 7

Οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ τέμνονται στο Ο.

α) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{O\Gamma}=$ .....

β) $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{O\Delta}=$ .....

γ) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{O\Gamma}+\overrightarrow{O\Delta}=$ .....



Αιτιολογήστε προφορικά, αξιοποιώντας μια ιδιότητα των διαγωνίων.

Ταύτιση σημείων και μηδενικό διάνυσμα

Άσκηση 8

Αν $\overrightarrow{\Gamma A}+\overrightarrow{\Gamma B}=\overrightarrow{\Delta A}+\overrightarrow{\Delta B}-\overrightarrow{\Delta\Gamma}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Γ και Δ ταυτίζονται.

Αξιοποιήστε: $\overrightarrow{\Delta A}-\overrightarrow{\Gamma A}=$ ..... και $\overrightarrow{\Delta B}-\overrightarrow{\Gamma B}=$ ..... .

Τελικά: $\overrightarrow{\Delta\Gamma}=$ ....., οπότε Γ .... Δ. Αιτιολογήστε στο τετράδιο.

«Όπως σε καθετί άλλο, έτσι και σε μια μαθηματική θεωρία, η ομορφιά μπορεί να γίνει αντιληπτή, αλλά όχι να εξηγηθεί.»

Άρθουρ Κέιλι, 1821–1895, Άγγλος μαθηματικός.

Νικόλαος Δ. Κατσίπης
www.nikolaoskatsipis.gr