Στοιχεία και είδη τριγώνων

1ο φύλλο εργασίας

1ο κριτήριο ισότητας (ΠΓΠ)

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο: ..... Τμήμα: ..... Ημερομηνία: .....

Στόχοι
1. Αναγνωρίζω και κατασκευάζω είδη και στοιχεία τριγώνου.
2. Αντιστοιχίζω κορυφές και αιτιολογώ την ισότητα τριγώνων με ΠΓΠ.
3. Εφαρμόζω τις προτάσεις για ισοσκελή τρίγωνα, μεσοκάθετο και ίσα τόξα.

Είδη τριγώνων

Ως προς τις πλευρές
Σκαληνό: τρεις άνισες.
Ισοσκελές: δύο ίσες.
Ισόπλευρο: τρεις ίσες.

Ως προς τις γωνίες
Οξυγώνιο: τρεις οξείες.
Ορθογώνιο: μία ορθή.
Αμβλυγώνιο: μία αμβλεία.

Άσκηση 1

Να σχεδιάσετε στο τετράδιο, με κανόνα και διαβήτη, ένα τρίγωνο που να είναι:

α) οξυγώνιο και σκαληνό,
β) αμβλυγώνιο και σκαληνό,
γ) ορθογώνιο και σκαληνό,
δ) οξυγώνιο και ισοσκελές,
ε) αμβλυγώνιο και ισοσκελές,
στ) ορθογώνιο και ισοσκελές,
ζ) ισόπλευρο.

Διάμεσος
Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μία κορυφή με το μέσο της απέναντι πλευράς.

Διχοτόμος
Το τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας του τριγώνου από την κορυφή μέχρι την απέναντι πλευρά.

Ύψος
Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από μία κορυφή προς την **ευθεία** της απέναντι πλευράς.

Δευτερεύοντα στοιχεία

Άσκηση 2

Να σχεδιάσετε με κανόνα και διαβήτη ένα **ισοσκελές και αμβλυγώνιο** τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και $\widehat{A} > 90°$. Να φέρετε:

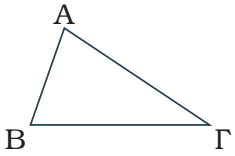
α) τη διχοτόμο ΑΔ, **β)** το ύψος ΒΕ, **γ)** τη διάμεσο ΓΜ,
δ) τα ύψη από τις κορυφές Α και Γ.

Απέναντι, περιεχόμενη, προσκείμενες

Άσκηση 3

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος να συμπληρώσετε:

α) Πλευρά απέναντι από τη $\widehat{\Gamma}$: ..... .
β) Περιεχόμενη γωνία των ΑΒ, ΑΓ: ..... .
γ) Προσκείμενες γωνίες στη ΒΓ: ..... .

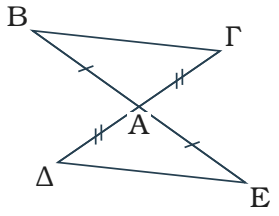


1ο κριτήριο (ΠΓΠ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις **περιεχόμενες** σε αυτές γωνίες ίσες, τότε είναι ίσα.

Σε ίσα τρίγωνα
Απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές και απέναντι από ίσες πλευρές ίσες γωνίες.

Άσκηση 4

Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ του διπλανού σχήματος.



Να συμπληρώσετε: $\widehat{B}$ = ... , $\widehat{\Gamma}$ = ... , ΒΓ = ...

Νικόλαος Δ. Κατσίπης
www.nikolaoskatsipis.gr

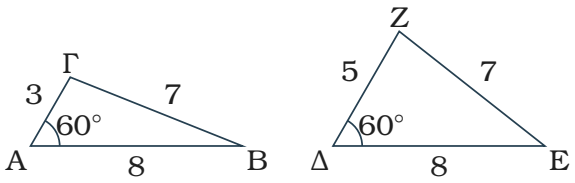
Η περιεχόμενη γωνία

Άσκηση 5

Παρατηρήστε τα δύο τρίγωνα του σχήματος.

α) Ποια στοιχεία τους είναι ίσα;

β) Είναι τα τρίγωνα ίσα; Να αιτιολογήσετε.



Συμπέρασμα: Δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μία ίση **μη περιεχόμενη** γωνία δεν εξασφαλίζουν την ισότητα δύο τριγώνων.

Πόρισμα Ι, σελίδα 42: Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο οι γωνίες της βάσης του είναι ίσες και η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι διάμεσος και ύψος.

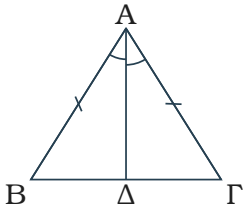
Εφαρμογή ΠΓΠ

Άσκηση 6

Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ φέρουμε τη διχοτόμο ΑΔ.

α) Να συγκριθούν τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ.

β) Να αποδειχθεί ότι $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$ και ότι η διχοτόμος ΑΔ είναι διάμεσος και ύψος.



Μεσοκάθετος Είναι η ευθεία που διέρχεται από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος και είναι κάθετη σε αυτό.

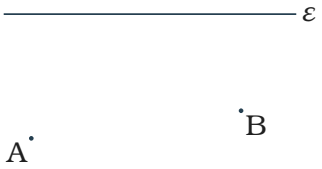
Πόρισμα ΙΙΙ, σελίδα 42: Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.

Κατασκευή με κανόνα και διαβήτη

Άσκηση 7

Με κανόνα και διαβήτη να βρείτε ένα σημείο της ευθείας ε το οποίο να ισαπέχει από τα σημεία Α και Β.

Υπόδειξη: Φέρτε τη μεσοκάθετο του ΑΒ.



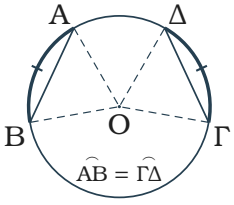
Απόδειξη με ΠΓΠ

Άσκηση 8

Να αποδείξετε ότι:

Πόρισμα IV, σελίδα 42: «Αν δύο τόξα ενός κύκλου είναι ίσα τότε και οι χορδές τους είναι ίσες.»

Υπόδειξη: Συγκρίνετε τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΓΔ με το ΠΓΠ.



Ισοσκελές και προεκτάσεις

Άσκηση 9

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Προεκτείνουμε την ΒΓ και προς τα δύο της άκρα, κατά ίσα τμήματα ΒΔ και ΓΕ. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

«Μη είναι βασιλικήν ατραπόν επί γεωμετρίαν.»

μτφρ:δεν υπάρχει βασιλικός [σύντομος] δρόμος για να μάθεις γεωμετρία.

Ευκλείδης, 4-3ος αιώνας π.Χ., Αρχαίος Έλληνας μαθηματικός.