Διανύσματα

3ο φύλλο εργασίας

Συντεταγμένες στο επίπεδο

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο: ..... Τμήμα: ..... Ημερομηνία: .....

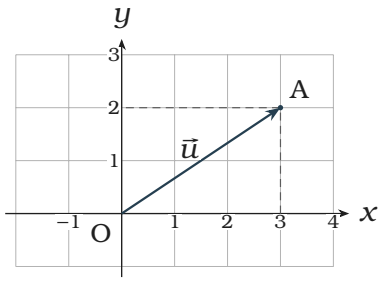
Στόχοι Συνδέω σχήματα και συντεταγμένες. Υπολογίζω διανύσματα, μέσα και αποστάσεις. Αιτιολογώ παραλληλία και συνευθειακότητα.

Σχολικό βιβλίο: παρ. 1.4. Οι αναλυτικές λύσεις γράφονται στο τετράδιο.

Άσκηση 1

Αρχή στο Ο.
$\vec{\imath} = (1, 0)$
$\vec{\jmath} = (0, 1)$.
Από το σημείο στις συντεταγμένες του διανύσματος.

Στο ορθοκανονικό σύστημα του σχήματος δίνεται το διάνυσμα $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$.



α) Να διαβάσετε τις συντεταγμένες του Α.

β) Με τη βοήθεια του σχήματος, να συμπληρώσετε:
$\vec{u} = \ldots.\,\vec{\imath} + \ldots.\,\vec{\jmath}$, $\vec{u} = (\ldots., \ldots.)$.

γ) Να σχεδιάσετε από το Ο το $\vec{v} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ και να γράψετε τις συντεταγμένες του.

δ) Μπορεί το $\vec{u}$ να έχει δύο διαφορετικά ζεύγη συντεταγμένων στο ίδιο σύστημα; Να εξηγήσετε.

Άσκηση 2

Στον $y'y$: $x = 0$.
Στο 2ο τεταρτημόριο: $x < 0$, $y > 0$.
Ελέγχω χωριστά το $\vec{0}$.

Δίνονται $A(t^2 - 9, t - 2)$ και $\vec{u} = (t^2 - 9, t^2 - 5t + 6)$, $t \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του t ώστε:

α) Το Α να ανήκει στον $y'y$. **β)** Το Α να ανήκει στο 2ο τεταρτημόριο.

γ) $\vec{u} = \vec{0}$. **δ)** $\vec{u} \neq \vec{0}$ και $\vec{u} \parallel y'y$.

Άσκηση 3

Ίσα διανύσματα: ίδιες αντίστοιχες συντεταγμένες.

Δίνονται $\vec{\alpha} = (\kappa - 2\lambda, \kappa)$ και $\vec{\beta} = (3, \lambda + 1)$. Να βρείτε τους $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ ώστε $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

Άσκηση 4

Τέλος μείον αρχή:
$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$.

Δίνονται $A(3, -2)$, $\Gamma(-2, -1)$ και $\overrightarrow{AB} = (1, -1)$.

α) Να βρείτε το Β. **β)** Αν $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$, να βρείτε το Δ.

γ) Αν $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{E\Gamma}$, να βρείτε το Ε και να αιτιολογήσετε ότι είναι εσωτερικό σημείο του ΑΓ. Να κάνετε σχήμα.

Άσκηση 5

Τράπεζα Θεμάτων 21681
Προσαρμογή.
Κέντρο: κοινό μέσο των διαγωνίων.

Θεωρούμε $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ και $\Gamma(2, 5)$.

α) Να προσδιορίσετε το Δ από την ισότητα $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = \overrightarrow{AB}$.

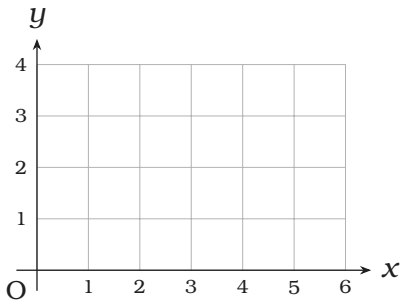
β) Να εξηγήσετε γιατί το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του κέντρου Κ. Να κάνετε σχήμα.

Τράπεζα Θεμάτων 22060
Προσαρμογή.
Μέτρο και γεωμετρικό συμπέρασμα.

Άσκηση 6

Δίνονται $A(0,2)$, $B(3,0)$, $\Gamma(6,2)$ και $\Delta(3,4)$. Να τα τοποθετήσετε στο πλέγμα και να σχεδιάσετε το ΑΒΓΔ.



α) Να υπολογίσετε τα $\overrightarrow{A\Delta}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$, $\overrightarrow{BA}$ και να ελέγξετε ότι $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Gamma}$.

β) Να συγκρίνετε τα μήκη ΒΑ, ΒΓ. Τι είδους τετράπλευρο είναι το ΑΒΓΔ; Να τεκμηριώσετε την απάντηση.

$|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.
Μοναδιαίο: μέτρο 1.

Άσκηση 7

Δίνεται $\vec{u} = (4, -3)$. Να βρείτε:

α) Το μέτρο του. **β)** Το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι ομόρροπο του $\vec{u}$.

γ) Όλα τα μοναδιαία διανύσματα που είναι παράλληλα στο $\vec{u}$.

Συντελεστής διεύθυνσης: $\lambda = \frac{y}{x}$, $x \neq 0$.
Γωνία από τον Ox, με θετική (αντιωρολογιακή) φορά: $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$.

Άσκηση 8

Να συμπληρώσετε τον πίνακα, σχεδιάζοντας πρώτα τα διανύσματα από το Ο στο τετράδιό σας.

Διάνυσμα	**Συντελεστής διεύθυνσης**	**Γωνία φ από τον Ox**
$(1, 1)$		
$(-1, -1)$		
$(0, -2)$		

Ίδιος συντελεστής διεύθυνσης σημαίνει ίδια γωνία; Να αιτιολογήσετε.

Συνευθειακότητα: $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}) = 0$.

Άσκηση 9

Δίνονται $A(-1, 2\kappa)$, $B(\kappa - 1, \kappa + 2)$ και $\Gamma(\kappa, \kappa + 3)$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το κ ώστε τα Α, Β, Γ να είναι συνευθειακά.

β) Για αυτή την τιμή, να δείξετε ότι το Β είναι μέσο του ΑΓ.

Τράπεζα Θεμάτων 14666
Πράξεις και διανύσματα θέσης.

Άσκηση 10

Δίνονται $\vec{a} = (1, -3)$, $\vec{\beta} = (-2, -1)$, $\vec{u} = 3\vec{a} - 5\vec{\beta}$ και $\vec{v} = 5\vec{a} - 9\vec{\beta}$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των $\vec{u}, \vec{v}$.

β) Αν $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$, να γράψετε το $\vec{w}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{a}, \vec{\beta}$.

γ) Αν $\overrightarrow{OK} = \vec{\beta}$, $\overrightarrow{O\Lambda} = \vec{w}$, $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$, να αποδείξετε ότι τα Κ, Λ, Μ είναι συνευθειακά.

«Φτασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαθύτερη γνώση του κόσμου.»

Οδυσσέας Ελύτης, 1911–1996, Έλληνας ποιητής.