1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων

Απαντήσεις και αναλυτικές λύσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Θεωρία

Θέμα Α

Α1. Συμπλήρωση κενών και εφαρμογή

α) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο οι **προσκείμενες** στη βάση γωνίες είναι ίσες.

β) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι **ύψος** και **διάμεσος**.

γ) Οι γωνίες **ισόπλευρου** τριγώνου είναι ίσες.

δ) Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος **ισαπέχει** από τα **άκρα** του.

ε) Χρειάζεται να ισχύει

$$\widehat{BA\Gamma} = \widehat{E\Delta Z}.$$

Οι γωνίες αυτές περιέχονται ανάμεσα στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ και ΔΕ, ΔΖ, αντίστοιχα. Επομένως, μαζί με τις δύο δοσμένες ισότητες πλευρών, εξασφαλίζουν την ισότητα των τριγώνων με το Π-Γ-Π.

Α2. 1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Π-Γ-Π)

Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες, τότε είναι ίσα.

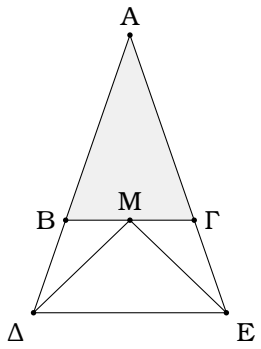
Προσοχή

Η ίση γωνία πρέπει να περιέχεται ανάμεσα στις δύο αντίστοιχες ίσες πλευρές.

Νικόλαος Δ. Κατσίπης
www.nikolaoskatsipis.gr

Απόδειξη
Κριτήριο Π-Γ-Π

Θέμα Β



Β1. Ισότητα των τριγώνων ΜΒΔ **και** ΜΓΕ

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΜΒΔ και ΜΓΕ. Έχουν:

1. ΜΒ = ΜΓ, αφού το Μ είναι μέσο της ΒΓ.
2. ΒΔ = ΓΕ, από την υπόθεση.
3. $M\widehat{B}\Delta = M\widehat{\Gamma}E$.

Πράγματι, επειδή ΑΒ = ΑΓ, οι γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ είναι ίσες:

$$A\widehat{B}\Gamma = A\widehat{\Gamma}B.$$

Οι $M\widehat{B}\Delta$ και $M\widehat{\Gamma}E$ είναι παραπληρωματικές των παραπάνω ίσων γωνιών, αντίστοιχα, άρα είναι ίσες.

Επομένως, τα τρίγωνα ΜΒΔ και ΜΓΕ είναι **ίσα με το κριτήριο Π-Γ-Π**.

Συνέπεια
Ίσες αντίστοιχες πλευρές

Β2. Ισότητα των γωνιών $M\widehat{\Delta}E$ **και** $M\widehat{E}\Delta$

Από την ισότητα των τριγώνων του Β1 προκύπτει ότι ΜΔ = ΜΕ, ως αντίστοιχες πλευρές τους.

Άρα το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές με βάση ΔΕ, οπότε οι προσκείμενες στη βάση γωνίες του είναι ίσες:

$$\boxed{M\widehat{\Delta}E = M\widehat{E}\Delta.}$$

Νικόλαος Δ. Κατσίπης
www.nikolaoskatsipis.gr